ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JUIN 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur les diverses classifications de nébuleuses et amas stellaires, et sur les abréviations employées pour décrire ces objets.* Note [1] de M. G. BIGOURDAN.

1. Les premiers astronomes qui portèrent leur attention sur les nébuleuses ne sentirent pas le besoin d'employer des abréviations pour classer et décrire ces objets, dont le nombre était peu élevé.

Dès 1755, il est vrai, Lacaille divisait en trois « espèces » les nébuleuses qu'il avait observées dans le ciel austral; mais les catalogues de Messier, dont le plus complet indique 103 de ces objets pour le ciel visible à Paris, abandonnent cette classification rudimentaire et donnent les descriptions tout au long.

Quand W. Herschel eut découvert un grand nombre de ces astres, il en établit une classification qui est restée; en outre, il créa, pour les descriptions, un premier système d'abréviations empruntées à la langue anglaise.

Ce système, auquel on a peu à peu ajouté, fut employé successivement par J. Herschel dans ses divers catalogues de nébuleuses, par M. Auwers dans son relevé systématique de nébuleuses de W. Herschel, puis par J.-L.-E. Dreyer dans un supplément au *General Catalogue* (G. C.) de J. Herschel, dans son *New General Catalogue* (N. G. C.) et dans les suppléments de ce dernier.

---

[1] Reçue dans la séance du 22 juin 1914.

2. Cependant J. Herschel lui-même avait préconisé une autre classification ([1]), dans laquelle les nébuleuses et les amas sont ainsi divisés :

Classe I. — Nébuleuses régulières.

Classe II. — Nébuleuses irrégulières.

Classe III. — Amas irréguliers.

Cette classe I comprend les nébuleuses et amas qui présentent vers le centre une condensation plus ou moins prononcée, ou dans lesquels la matière est, à quelque degré, symétrique autour d'un point : elle embrasse donc notamment les nébuleuses planétaires ou annulaires et les amas globulaires.

La classe II, celle des nébuleuses irrégulières, renferme celles où manque toute symétrie de forme; et parmi elles sont les objets les plus remarquables, les plus intéressants du ciel, comme aussi les plus importants par leur étendue, tels que la nébuleuse d'Orion (1976 N. G. C.), celle d'η Argus (3372 N. G. C.), etc.

Enfin la classe III (amas irréguliers) réunit les classes VII et VIII de W. Herschel, avec certains de ses objets de la classe VI.

3. Pour décrire convenablement tous les objets qui constituent chacune de ces trois classes, et en particulier la première, J. Herschel les considère sous les cinq points de vue suivants : *étendue*, *éclat*, *forme*, *condensation* et *résolubilité*; et il définit les degrés de chacun de ces points de vue par les chiffres de 1 à 5, conformément au Tableau suivant :

Sub-classification of regular Nebulæ. — Class I.

Sub-classe in respect of	Magnitude.	Bightness.	Roundness.	Condensation.	Resolvability.
1....	Great.	Lucid.	Circular.	Stellate.	Discrete.
2....	Large.	Bright.	Round.	Nuclear.	Resolvable.
3....	Middle-sized.	Faint.	Oval.	Concentrate.	Granulate.
4....	Small.	Dim.	Elongate.	Graduating.	Mottled.
5....	Minute.	Obscure.	Linear.	Discoïd.	Milky.

Alors on peut décrire chaque objet au moyen de 5 chiffres; par exemple le nombre « 32155 » exprime la description suivante : *Middle-sized*, *Bright*, *Round*, *Discoïd*, *Milky*, c'est-à-dire : assez grand, brillant, circulaire, discoïde, laiteux.

([1]) *On the Classification of Nebulæ*, p. 137-143 des *Results of astronomical Observations made.... at the Cape of Good Hope....*, London 1847.

H. Schultz ([1]), qui a fait grand usage de ces abréviations, les a précisées; ainsi pour l'étendue il donne, aux notations 1, 2, 3, 4, 5, les valeurs suivantes :

1. Étendue supérieure à 4′.
2. » comprise entre 2′ et 4′.
3. » » 1′ et 2′.
4. » » 20″ et 1′.
5. » inférieure à 20″.

Notons que, plus tard, J. Herschel proposa d'augmenter le nombre de ces divisions.

4. Cette classification et ce système d'abréviations n'ont pas été généralement adoptés; même divers observateurs contemporains ont créé de nouvelles abréviations très différentes de celles employées antérieurement. Ainsi les observateurs de Strasbourg, MM. Kobold et Wirtz, dont les travaux sur les nébuleuses sont si importants, décrivent ces astres en employant des abréviations adaptées à la langue allemande ([2]). D'ailleurs, cela s'explique sans peine, du moins quand il s'agit de descriptions originales ou faites en face du ciel, car l'observateur a parfois de la peine à trouver, même dans sa propre langue, les termes qui rendent bien sa pensée, en présence de la complexité des objets qu'il a sous les yeux. Aussi, dans beaucoup d'observations originales, les descriptions sont-elles données *in extenso* (Schönfeld$_{1-2}$, Vogel$_2$, Weinek$_{1-2}$, Winnecke, etc.).

5. Dans ses premiers catalogues de nébuleuses nouvelles, M. Max Wolf ([3]) a, pour l'*étendue* et pour l'*éclat*, adopté les abréviations de J. Herschel, en précisant le sens qu'il leur donne.

Pour ce qui concerne la *forme*, il divise ces astres en trois classes, avec des subdivisions, conformément au Tableau suivant :

([1]) *Micrometrical observations of* 500 *Nebulæ*, p. 20.

([2]) *Annalen der k. Univ.-Sternwarte in Strassburg*, Bd III, 1909, p. 15; Bd IV, 1911, p. 21.

([3]) *Die Nebelflecken am Pol der Milchstrasse* (Königstuhl-Nebelliste n° 3). *Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums Königstuhl-Heidelberg*, Bd I, 1902, p. 128.

I. — *Nébuleuses de forme régulière.*

I_1 Ronde, avec condensation centrale.
I_2 Ronde, avec condensation et ailes spiraliformes partant de la condensation.
I_3 Du type de la nébuleuse d'Andromède et ovale, avec condensation centrale.
I_4 Planétaire et ronde, petite, diffuse, sans noyau.
I_5 Allongée et ovale, sans noyau.

II. — *Nébuleuses de forme irrégulière.*

II_1 Forme irrégulière, avec noyau particulièrement distinct.
II_2 Toutes les autres nébuleuses de forme irrégulière.

III. — *Nébuleuses sans structure.*

III Toutes les nébuleuses étendues, diffuses, sans structure reconnaissable.

Comme on le voit, ce système de classification est, ainsi que celui de J. Herschel, basé sur des caractères purement extérieurs.

6. Récemment, le prof. S.-I. Bailey ([1]) a proposé *A Provisional Classification of Nebulæ and Clusters*, dans laquelle il a tenu compte des caractères intrinsèques, en particulier de la nature spectrale : en voici les divisions et subdivisions :

A. — Vast, faint, irregular nebulosities, shown on photographs of long exposures.

Examples : Nebula in Cygnus, Great Spiral about Orion.

B. — Gaseous Nebulæ. Objects having Gaseous Spectra.

B 1. *Large, diffused, irregular.*
Examples : Orion Nebula, η Carinœ Nebula.

B 2. *Planetary, ring, and other small, well-defined gaseous nebulæ.*
Examples : N.G.C. 3587 (planetary) ; N.G.C. 6720 (ring), N.G.C. 6618.

B 3. *Nebulous stars.*
Examples : N.G.C. 1514 ; N.G.C. 2003.

C. — White Nebulæ, and Globular Clusters. Objects having continuous Spectra.

C 1. *Nebulæ, small, unresolved, of somewhat definite form, generally round or elliptical.* This group probably includes the great majority of small nebulæ, many thousands in number.

([1]) *A Catalogue of bright Clusters and Nebulæ* (*Annals Harvard*, vol. LX, 1908, n° VIII, p. 200).

C 2. *Spiral Nebulæ.*
Examples : N.G.C. 224 (The Great Nebula in Andromeda); N.G.C. 5194 (Spiral in Canes Venatici).

C 3. *Globular Clusters.*
Examples : N.G.C. 5139 (ω Centauri); N.G.C. 104 (47 Tucanæ); N.G.C. 6205 (Great Cluster in Hercules).

D. — Irregular Clusters.

D 1. *Fairly condensed, somewhat regular, stars of comparatively uniform magnitudes.*
Examples : N.G.C. 2437; N.G.C. 6494.

D 2. *Fairly condensed, irregular, stars of different magnitudes.*
Examples : N.G.C. 869 and 884 (Double Cluster in Perseus); N.G.C. 4755 (κ Crucis).

D 3. *Coarse, irregular, stars of different magnitudes.*
Example : Hyades, Pleiades.

Cette classification soulève plus d'une objection. D'abord, le nombre des nébuleuses dont on a pu jusqu'ici étudier le spectre est fort petit; et l'on n'en connaît pas 150 ayant montré un spectre de gaz. Ensuite, une même classe, la troisième (C), contient à la fois des nébuleuses et des amas, comme d'ailleurs dans les classifications antérieures.

7. Aussi M. Wolf [1] pense que la classification doit se baser aujourd'hui, non sur le spectre, mais sur l'aspect externe. Puis, s'occupant spécialement des petites nébuleuses, celles qui répondent à la classe C 1 de M. Bailey, il y distingue 23 types différents, qu'il désigne par les symboles (*a*), (*b*), (*c*), etc. D'ailleurs, les apparences correspondant à ces divers types de nébuleuses dépendent essentiellement de la puissance optique dont on dispose, et l'accroissement de puissance des instruments modifiera nos classifications, forcément grossières et temporaires; mais plus tard elles pourront donner une idée assez précise de ce que nous apercevons, et ce n'est pas là un mince avantage.

8. Divers observateurs préfèrent aujourd'hui exprimer l'éclat en grandeurs stellaires; c'est, par exemple, ce que font M. O. Stone et les observateurs de L. Mc Cormick Observatory [2]; voici le Tableau de corres-

---

(1) *Die Klassifizierung der kleinen Nebelflecken*, in *Publ... Kœnigstuhl-Heidelberg*, Bd III, n° 5, 1908, p. 109.

(2) *Publications of the Leander Mc Cormick Observatory*, Vol. I, part 6, 1893, p. 177.

pondance qu'ils ont formée entre les éclats estimés ainsi par eux et ceux indiqués par le G. C. au moyen des abréviations habituelles :

G. C.	L. Mc Cormick. Grandeur	Numéros de comparaison.
vB	12,0	13
B	12,9	19
cB	13,0	9
pB	13,3	99
pF	13,8	70
cF	14,3	8
F	14,0	17
vF	14,5	7

De même pour l'étendue, certains observateurs préfèrent l'indiquer en angle, en minutes et en secondes (1); c'est, par exemple, ce que font les observateurs de L. Mc Cormick, de Strasbourg, etc.; et cela est évidemment beaucoup plus clair que les autres notations, sauf peut-être pour le petit nombre de personnes auxquelles ces notations sont très familières.

9. On peut conclure de là, il me semble, que pour l'*éclat* son expression en grandeurs, comme pour les étoiles, doit être préférée. Dans le cas de nébuleuses très étendues, etc., où cela ne serait guère possible, on aurait recours aux abréviations des Herschel, ou aux nombres qui en sont les équivalents. C'est ce qui a été fait, par exemple, par M. Merecki; cet observateur désigne les objets les plus brillants (eB) par 1 et les plus faibles (eF) par 10; il me semble qu'il faudrait renverser, de manière de faire croître la valeur numérique avec l'éclat (2).

Pour l'*étendue*, l'expression en grandeurs angulaires paraît préférable aussi; elle remplacerait les abréviations S = small, pL = pretty large, etc. : ces dernières sont au moins aussi vagues et surtout moins claires.

La *forme* est difficile à indiquer en nombres; on pourrait la définir par les abréviations ordinaires, parallèlement à une notation numérique équivalente.

Par contre, les degrés de *condensation* et de *résolubilité* peuvent être

---

(1) Rappelons que J. Herschel rejetait cependant cette manière de faire, en raison des grandes discordances qu'il avait rencontrées dans ce genre d'estimations. Voir son *General Catalogue* (G. C.), p. 10-11.

(2) J. Herschel (G. C., p. 10) avait déjà fait une telle recommandation.

marqués clairement par des chiffres, qui devraient croître aussi dans le même sens que le degré de condensation et le degré de résolubilité.

D'ailleurs, on pourrait conserver les abréviations très courtes comme I_1, I_2, ..., B2, B3, ..., (*a*), (*b*), ... qui caractérisent les classifications de MM. Wolf et Bailey, de même qu'on emploie encore les chiffres I, II, III, ... de la classification de W. Herschel.

10. C'est conformément à ces principes qu'a été dressé le projet suivant des notations que je propose pour indiquer l'éclat, la forme, etc. des nébuleuses et amas, particulièrement de ceux de forme régulière.

NOTATIONS numériques.	ÉCLAT ([1]).		ÉTENDUE ([1]).		FORME.		CONDENSATION ([4]).			RÉSOLUBILITÉ.	
	([2])	ou en grandeurs stellaires									
1...	eeF		eeS	0″–5″	eel	linéaire	centre	complètement obscur	ee obsc.	laiteux	m
2...	eF		eS	5″–10″	el	presque linéaire (rapp. ≧ 10) ([3])	centre	presque obscur	e obsc.	un peu moutonné	mott.
3...	vF		vS	10″–20″	vl	très allongé (rapp. ≧ 5)	centre	beaucoup moins clair	v obsc.	nettement moutonné	v. mott.
4...	F		S	20″–30″	l	fort allongé (rapp. ≧ 3)	centre	un peu moins clair	obsc.	un peu granuleux	p. gran.
5...	pF		pS	30″–1′	pl	assez allongé (rapp. ≧ 2)		éclat tout à fait uniforme		granuleux	gran.
6...	pB		pL	1′–2′	ell	elliptique, ovale	centre	un peu plus brillant	pb	fortement granuleux	v. gran.
7...	B		L	2′–5′	R	arrondi	centre	nettement plus brillant	b	partiellement résolu	r
8...	vB		vL	5′–30′	vR	bien rond	centre	beaucoup plus brillant	vb	en grande partie résolu	vr
9...	eB		eL	30′...	eR	parfaitement rond	centre	extrêmement plus brillant	eb	complètement résolu	er

([1]) L'éclat, l'étendue, etc. varient beaucoup avec l'état du ciel. Cet état devrait être indiqué, autant que possible, par des chiffres croissant avec la pureté du ciel.

([2]) Le sens de ces abréviations est donné plus loin.

([3]) Le rapport dont il s'agit ici est celui de la longueur à la largeur.

([4]) Suivant l'exemple donné par H. Schultz, on pourrait ajouter une étoile (*) quand l'objet considéré a une étoile centrale.

Ce projet, qui emprunte beaucoup à ce qui a été proposé jusqu'ici de divers côtés, n'emploie pour ainsi dire pas de signes nouveaux; et ceux dont il est fait usage sont, semble-t-il, disposés d'une manière plus symétrique; par suite, ils seraient plus faciles à retenir.

Le nombre des divisions, qui est de 9, pourrait être porté à 10, si on le jugeait utile; ici, on a réservé le zéro pour remplacer toute indication qui viendrait à faire défaut.

Avec ce système d'abréviations, le simple nombre « 46344 », par exemple, signifie : *nébuleuse faible*, *assez étendue* (1′ — 2′), *très allongée*, *avec centre un peu moins clair*, *un peu granuleuse*. Si l'on préfère les abréviations littérales, ce nombre 46344 sera remplacé par ceci : *F*, *pL*, *vl*, *obsc*, *p. gran*.

11. Pour les abréviations, il y a intérêt à conserver au moins les principales de W. Herschel, comme

B Bright,	L Large,	v very,	p pretty,
F Faint,	S Small,	c considerably.	e extremely, etc.

Mais, comme parfois on est obligé, par défaut de place, à augmenter beaucoup le nombre des abréviations, il serait utile de faire une distinction entre les abréviations *principales*, qui devraient être universellement adoptées, et les abréviations *secondaires*.

Pour toutes, d'ailleurs, il serait très utile de donner leur traduction dans les principales langues.

A ces abréviations littérales, cB, pS, ..., on joindrait, comme on l'a fait déjà, certains signes clairement représentatifs, comme un petit cercle ◯ pour désigner une nébuleuse planétaire, deux cercles concentriques ◎ pour une nébuleuse annulaire, etc. On conserverait aussi les signes introduits récemment par M. Wolf pour caractériser les nébuleuses spirales; même il y aurait grand avantage à augmenter le nombre de ces signes représentatifs, indépendants des diverses langues, et compris immédiatement par tout le monde.

12. Voici enfin à peu près le Tableau des principales abréviations qui pourraient être universellement adoptées :

A	Arm.	ch	chevelure.
Af	form of Nebula of Andromedæ.	Cum	cumulus, cluster.
		D	double.
B	bright.	d	diameter.
b	brigter.	def	defined.
bi N.	binuclear.	dif	diffused.
C	compressed.	diffic.	difficult.
c	considerably.	dist.	distance.
Ch	chain.	E	extended.

e	extremely.	r	resolvable.
ee	excessively.	R	round.
ell.	elliptic.	RR	exactly round.
exc.	excentric.	S	small.
F	faint.	s	south.
f	following.	Sev.	several.
grad.	gradually.	Susp.	suspected.
gran.	granulate.	Stell.	stellar.
hom.	homogeneous.	tri-N.	tri nuclear.
inv.	involved.	v	very.
irr.	irregular.	vv	very very.
L	large.	var.	variable.
l	little, leng.	W	wing.
M	middle.	*	a star.
mott.	mottled.	*10	a star of 10th magnitude.
m	much.	⁑	double star.
N	nucleus.	⁂	triple star.
n	north.	!	remarkable.
Neb.	nebula.	!!	very much so.
obsc.	obscure.	!!!	a magnificent or otherwise interesting object.
P	poor.		
p	preceding.	etc.	

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la diméthylallylacétophénone et ses produits d'oxydation.* Note de MM. **J. Meyeringh** et **A. Haller.**

Le caractère non saturé de la diméthylallylacétophénone préparée par l'un de nous et M. Ed. Bauer (¹) nous a conduit à étudier l'action des agents oxydants sur cette cétone, de façon à comparer les produits obtenus avec ceux qui prennent naissance en faisant agir les épihalohydrines sur l'isopropylphénylcétone sodée (²).

Après divers essais préliminaires, réalisés avec des solutions de permanganate de potassium dont la teneur variait de 1 à 4 pour 100, on s'est arrêté aux solutions à 3 pour 100 additionnées de $0^g,5$ à 1^g pour 100 de potasse caustique.

L'oxydant est ensuite ajouté petit à petit à l'allyldiméthylacétophénone suspendue au sein de l'eau. On a soin de ne renouveler l'addition de la liqueur permanganique que lorsque la solution est complètement décolorée.

Après avoir ajouté une quantité d'oxydant correspondant à 2 atomes d'oxygène, on filtre la solution et l'on extrait l'oxyde par de l'éther.

Évaporée, la liqueur éthérée abandonne un produit huileux qui se prend, à la

(¹) A. Haller et Ed. Bauer, *Comptes rendus*, t. 158, p. 825.

(²) Mme Ramart-Lucas et A. Haller, *Comptes rendus*, t. 158, p. 1302.

longue, en un magma cristallin fondant vers 86°. Soumis à une série de cristallisations dans l'éther et dans la ligroïne bouillante, ce corps finit par être obtenu sous la forme d'aiguilles blanches et très fines qui fondent à 100°.

L'analyse de ce corps montre qu'on est en présence du cétoneglycol déjà obtenu en chauffant l'*oxypropylène-diméthylacétophénone* avec de l'eau et décrite sous le nom de 2-*benzoyl*-2-*méthyl*-4.5-*pentanediol* [1]. Formé en vertu de la réaction

$$C^6H^5.CO.C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CH^2.CH=CH^2 \\ \diagdown CH^3\end{matrix} + H^2O + O = C^6H^5.CO.C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CH^2.CHOH-CH^2.OH \\ \diagdown CH^3\end{matrix}$$

ce corps constitue de fines aiguilles, très solubles dans l'éther et l'alcool, presque insolubles dans la ligroïne à froid, mais solubles dans le carbure bouillant.

Nous avons tenté de préparer un certain nombre de dérivés de cette molécule.

Action du chlorure de benzoyle sur le cétoneglycol. — Quand on traite ce glycol par du chlorure de benzoyle en vue d'obtenir un éther benzoïque, il se transforme instantanément en un produit blanc fondant à 214°, produit qui est identique avec celui provenant de l'action des acides ou des chlorures acides sur l'*oxypropylène-diméthylacétophénone* (F. 59°). Il a déjà été montré que ce corps (F. 214°) est un dimère du composé fondant à 59° [1]. Sous l'influence du chlorure acide il y a donc eu, d'abord, déshydratation du glycol suivie aussitôt de polymérisation de l'oxypropylène-diméthylacétophénone :

$$C^6H^5.CO.C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CH^2.CHOH.CH^2OH \\ \diagdown CH^3\end{matrix}$$

$$\to C^6H^5.COC\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CH^2.CH-CH^2 \\ \diagdown CH^3 \quad\ \diagdown O \diagup\end{matrix}$$

$$\to \begin{matrix} C^6H^5.CO.C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CH^2.CH-O-CH^2 \\ \diagdown CH^3\end{matrix} \\ \qquad\qquad | \qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad CH^2-O-CH-CH^2-C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ -CO\,C^6H^5. \\ \diagdown CH^3\end{matrix}\end{matrix}$$

(1) *Loc. cit.*

On peut cependant obtenir un dérivé benzoylé en opérant en présence de la pyridine.

2g de glycol sont dissous dans 11g de pyridine et cette solution est additionnée, peu à peu, de 3g de chlorure de benzoyle. On a soin de refroidir le mélange au cours de la réaction. Il se forme un précipité de chlorhydrate de pyridine et, au bout de quelques heures, on verse le tout dans de l'acide sulfurique dilué. Il surnage un liquide qu'on recueille et qu'on abandonne à la cristallisation. On purifie les cristaux obtenus au moyen de la ligroïne bouillante. L'analyse conduit à un dérivé monobenzoylé du glycol qui peut posséder l'une ou l'autre formule :

$$C^6H^5.CO.C\begin{cases}CH^3\\CH^2.CHOH.CH^2OCOC^6H^5\\CH^3\end{cases}$$

ou

$$C^6H^5.CO.C\begin{cases}CH^3\\CH^2.CHO(COC^6H^5)-CH^2OH.\\CH^3\end{cases}$$

Cet éther-sel cristallise au sein de la ligroïne en beaux cristaux fondant à 129°. Saponifié par la potasse alcoolique, il régénère le cétoneglycol avec ses propriétés primitives et de l'acide benzoïque.

Action de l'isocyanate de phényle sur le cétoneglycol. — Qu'on opère à froid ou à chaud, l'isocyanate a toujours pour effet de déshydrater le cétoneglycol et de transformer l'oxypropylène-diméthylacétophénone produite en le dimère fondant à 214°. On observe donc le même processus que celui signalé avec le chlorure de benzoyle.

Ce même dimère se forme d'ailleurs également quand on acidule par de l'acide sulfurique les eaux alcalines mères provenant de l'oxydation de l'allyldiméthylacétophénone.

Ces eaux mères renferment, à la faveur de l'alcali, une certaine quantité de cétoneglycol qui, sous l'influence de l'acide ajouté, est mis en liberté et aussitôt déshydraté en oxypropylène-diméthylacétophénone dimérisée.

Nous avons cherché à isoler dans ces eaux mères la cétone-oxyde non dimérisée et fondant à 59°, afin de nous rendre compte si la formation du composé cétoglycolique est précédée de celle de la cétone-oxyde. Nous avons agité, dans ce but, ces eaux avec de l'éther qui aurait dissous cette cétone-oxyde, et avons évaporé la liqueur éthérée. Le résidu, après solidification fondait vers 85° et possédait une odeur de diméthylallylacétophénone. Après plusieurs cristallisations dans l'éther de pétrole il a finalement fourni le cétone-glycol fondant à 100°. A aucun moment du traitement nous n'avons

réussi à isoler le corps fondant à 59°, c'est-à-dire l'oxypropylène-diméthylacétophénone.

Dans l'oxydation permanganique de l'allyldiméthylacétophénone le 4-benzoyl-4-méthyl-2.1-pentanediol se forme directement et n'est pas le résultat de l'hydratation de l'oxypropylène diméthylacétophénone qui aurait pu prendre naissance.

Acide 4-benzoyl-4-méthylpentane-2-ol-1-oique ou 4-benzoyl-4-méthyl-α-oxyvalérianique.

Cet acide prend naissance quand, dans l'oxydation, on emploie une quantité de permanganate de potasse correspondant à 3 atomes d'oxygène. L'opération doit encore être faite à froid. Après avoir séparé l'oxyde de manganèse, on épuise le liquide aqueux par de l'éther, pour enlever des petites quantités de glycol, et on le sursature par de l'acide sulfurique. Il se forme un précipité qu'on recueille et qu'on purifie en le redissolvant dans le carbonate de soude et le reprécipitant au moyen d'un acide. Purifié par cristallisation dans l'eau bouillante, le nouvel acide se présente sous la forme de petits cristaux blancs, très solubles dans l'alcool et l'éther, insolubles dans l'eau froide, mais solubles dans l'eau chaude. Il fond à 152° et répond à la formule

$$C^6H^5.CO\,C\begin{cases}CH^3\\CH^2.CHOH.COOH\\CH^3\end{cases}$$

qui est celle d'un acide alcool cétone. Il ne se combine pas à la semicarbazide et donne avec le chlorure de benzoyle et la soude caustique ou la pyridine un produit mou, incristallisable et qu'il n'a pas été possible d'obtenir dans un état de pureté suffisant pour l'analyse.

Neutralisé par l'ammoniaque, il fournit avec l'azotate d'argent un précipité blanc, noircissant à la lumière, et dont la composition répond au sel

$$C^6H^5.CO.C\begin{cases}CH^3\\CH^2.CHOH.CO^2Ag.\\CH^3\end{cases}$$

Ainsi que nous l'avons fait remarquer, pour obtenir l'acide alcool cétone, il est nécessaire de conduire l'oxydation à froid avec une quantité de permanganate ne dépassant pas la quantité théorique. Si l'on opère à chaud, avec un excédent de permanganate, on obtient encore du glycolcétonique dans de certaines proportions, mais pas de cétonalcool acide. Au lieu et place de ce dernier, on ne trouve que de l'acide carbonique et de l'acide benzoïque combinés tous deux à la potasse.

De l'ensemble des recherches que nous venons d'exposer, on peut tire les conclusions suivantes :

1° L'oxydation, à froid, de l'allyldiméthylacétophénone au moyen du permanganate de potasse conduit au glycol 4-benzoyl-4-méthyl-2.1-pentanediol et à l'acide 4-benzoyl-4-méthyl-α-oxyvalérianique.

2° Ce glycol est identique à celui obtenu par Mme Ramart-Lucas et M. A. Haller, en chauffant avec de l'eau, sous pression, l'oxypropylènediméthylacétophénone (F. 59°) préparée par l'action des épihalohydrines sur l'isopropylphénylcétone sodée.

3° Sous l'influence des chlorures acides, des acides et de l'isocyanate de phényle, ce même glycol se transforme, par perte d'eau et condensation sur lui-même, en le dimère de l'oxypropylène-glycol, fondant à 214°.

En opérant en présence de pyridine, on peut, toutefois, obtenir un dérivé monobenzoylé du glycol.

4° En oxydant l'allyldiméthylacétophénone à chaud, on constate encore la formation du cétoglycol, mais, en fait d'acides, on n'isole plus que de l'acide benzoïque et de l'acide carbonique.

ÉLECTRICITÉ. — *Analyse des réactions de l'induit dans les alternateurs.* Note de M. **André Blondel** (¹).

La théorie des alternateurs polyphasés, que j'ai exposée en 1899 (²), a introduit la distinction fondamentale entre la réaction directe de l'induit, la réaction transversale et les fuites. Je la compléterai ici, en considérant à part la réluctance de l'entrefer (fortement accru dans les alternateurs récents) et en séparant en deux parties distinctes les fuites de l'induit.

Le circuit inducteur de chaque couple polaire comprend les culasses, noyaux et épanouissements; il se dérive à l'extérieur des pôles entre le parcours de fuites f_1 entre pièces polaires et le parcours du flux principal qui traverse l'entrefer e; avant d'entrer dans l'armature a, le flux subit des fuites f_2 entre les dents de l'induit. L'induit subit une autre fuite f_3 (qui ne peut être fournie directement par les flux inducteurs), notamment autour de l'extrémité libre des bobines, en dehors des encoches; nous admettrons que ces fuites à travers l'air sont sensiblement indépendantes de tout phénomène de saturation et peuvent être représentées par un flux Φ_{f_3} et par un coefficient de self-induction l_{f_3} applicable au courant I de chaque

(¹) Présentée à la séance du 22 juin 1914.

(²) Cf. *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 486; *L'Industrie électrique*, novembre-décembre 1899, et *International Electrical Congress of Saint-Louis*, 1904.

phase, et tenant compte de l'induction mutuelle des spires des différentes phases ([1]).

Ce qui précède se traduit directement par les équations suivantes, en appelant Φ_u le flux utile qui produit la force électromotrice d'un couple polaire, ni les ampères-tours d'excitation et $-$ AI les contre-ampères-tours de l'induit, $\mathcal{R}$ les réluctances (en ampères-tours par maxwell) :

$$(1)\qquad \overline{\Phi_u} = \overline{\Phi_a} - \overline{\Phi_{f_3}},$$

$$(2)\qquad \Phi_e = \Phi_a + \Phi_{f_2},$$

$$(3)\qquad \Phi_i = \Phi_e + \Phi_{f_1},$$

$$(4)\qquad \mathcal{R}_i\Phi_i + \mathcal{R}_{f_1}\Phi_{f_1} = ni,$$

$$(5)\qquad \mathcal{R}_i\Phi_i + \mathcal{R}_e\Phi_e + \mathcal{R}_a\Phi_a = ni - \mathrm{AI}.$$

$$(6)\qquad \mathcal{R}_i\Phi_i + \mathcal{R}_e\Phi_e + \mathcal{R}_{f_2}\Phi_{f_2} = ni,$$

les indices i, e, a s'appliquent respectivement aux inducteurs, à l'entrefer et à l'armature. Nous posons aussi

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}_i + \mathcal{R}_{f_1}}{\mathcal{R}_{f_1}}, \qquad v_2 = \frac{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_{f_2}}{\mathcal{R}_{f_2}}, \qquad v_3 = \frac{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_{f_3}}{\mathcal{R}_{f_3}}$$

I. *Fonctionnement à vide.* — Les équations précédentes permettent de calculer le fonctionnement à vide, en faisant $-\mathrm{AI} = 0$, et, par suite, $\Phi_{f_3} = 0$. Les résultats de ce calcul sont résumés dans la première colonne du Tableau ci-joint.

II. *Fonctionnement en courant totalement déwatté.* — Imaginons que l'induit soit le siège d'un courant déwatté I par phase donnant lieu à des contre-ampères-tours directs $-$ AI, en posant $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{KN}\sqrt{2}}{2}$ (N nombre de fils périphériques de l'induit par champ bipolaire, K coefficient de chevauchement).

Nous calculerons, dans ce qui suit, les réactions produites dans l'alternateur par une faible variation du courant déwatté, afin de déterminer les grandeurs caractéristiques qu'on peut appeler *self-induction* et *contre-ampères-tours* de l'induit. Supposons d'abord que le courant I subisse une variation $\Delta\mathrm{I}$ assez petite pour qu'on puisse considérer les réluctances $\mathcal{R}$ comme des constantes; il vient, en prenant les différences finies des équations précédentes, et en supposant qu'on modifie, d'autre part, les ampères-

([1]) Dans certains cas nous composerons f_2 et f_3 en une certaine somme que nous appellerons *fuites de dispersion totale de l'induit*, avec le symbole s.

tours excitateurs,

(7) $$\Delta\Phi_a = \Delta\Phi_u + \Delta\Phi_{f_3},$$

(8) $$\Delta\Phi_c = \Delta\Phi_a + \Delta\Phi_{f_2},$$

(9) $$\Delta\Phi_i = \Delta\Phi_c + \Delta\Phi_{f_1},$$

(10) $$\mathcal{R}_i\Delta\Phi_i + \mathcal{R}_{f_1}\Delta\Phi_{f_1} = \Delta ni,$$

(11) $$\mathcal{R}_e\Delta\Phi_e - \mathcal{R}_{f_1}\Delta\Phi_{f_1} + \mathcal{R}_a\Delta\Phi_a = -\Delta \mathrm{AI},$$

(12) $$\mathcal{R}_{f_2}\Delta\Phi_{f_2} - \mathcal{R}_a\Delta\Phi_a = \Delta \mathrm{AI}.$$

Nous distinguerons trois hypothèses :

1° Excitation constante de l'inducteur $\Delta ni = 0$; 2° force électromotrice induite E constante, c'est-à-dire flux utile constant : $\Delta\Phi_u = 0$ [1]; 3° flux inducteur constant : $\Delta\Phi_i = 0$. Les deux premières hypothèses ont seules un intérêt direct pour la pratique; la dernière nous sert seulement pour calculer les coefficients α et λ de Potier, afin de les discuter plus loin.

Dans le Tableau ci-joint, la deuxième colonne indique les inconnues calculées et les colonnes 3, 4, 5 les résultats du calcul.

Ces résultats motivent les remarques suivantes :

Première hypothèse : $\Delta ni = 0$. *Excitation constante.* — Le flux utile est réduit de

$$-\Delta\Phi_u = \Delta \mathrm{AI}\left(\frac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''} + \frac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right).$$

Le rapport $\frac{\Delta\Phi_u}{\Delta \mathrm{I}}$ constitue la self-induction apparente de l'induit lorsque l'excitation de l'alternateur est fixe ; c'est cette quantité que nous désignons dans notre théorie par *self-induction directe totale* L_d :

$$\mathrm{L}_d = -\frac{\Delta\Phi_u}{\Delta \mathrm{I}} = \mathrm{A}\left(\frac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''} + \frac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right),$$

et qui intervient en cas de variation du courant déwatté dans la marche des machines synchrones accouplées sous potentiel constant aux bornes.

Deuxième hypothèse : $\Delta\Phi_u = 0$. *Flux utile constant.* — Il faut alors augmenter l'excitation de la quantité

$$\Delta ni = \Delta \mathrm{AI}\left[\frac{\mathcal{R}_i}{\mathcal{R}_s} + v_1\left(v_3 + \frac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_s}\right)\right].$$

[1] En courant déwatté, l'erreur relative commise en négligeant I devant E est $\frac{1}{2}\left(\frac{r\mathrm{I}}{\mathrm{E}}\right)^2$, donc très faible; elle est d'ailleurs compensée plus ou moins dans les génératrices par le flux inducteur traversant les parties libres des enroulements.

Fonctionnement à vide. $AI = 0$.	Quantités à déterminer.	Fonctionnement sous débit purement réactif (courant déwatté). *Première hypothèse :* $\Delta ni = 0$. (Excitation constante.)	*Deuxième hypothèse :* $\Delta\Phi_u = 0$. (Flux utile constant.)	*Troisième hypothèse :* $\Delta\Phi_i = 0$. (Flux inducteur constant.)
$\Phi_3 = 0$	$-\Delta\Phi_{f_3}$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_3}}$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_3}}$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_3}}$
$\Phi_a = \Phi_a$	$\Delta\Phi_a$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''}$ (1)	$+\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_3}}$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}'''}$ (3)
$\Phi_u = \Phi_a$	$\Delta\Phi_u$	$-\Delta AI\left(\dfrac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right)$	0	$-\Delta AI\left(\dfrac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}'''} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right)$
$\Phi_{f_2} = \Phi_a \dfrac{\mathcal{R}_a}{\mathcal{R}_{f_2}}$	$\Delta\Phi_{f_2}$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_2}} \dfrac{\mathcal{R}''}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''}$	$v_3 \dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_2}}$	$\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_2}} \dfrac{\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1}}{\mathcal{R}_a + v_2(\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1})}$
$\Phi_e = v_2 \Phi_a$	$\Delta\Phi_e$	$-\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_2}} \dfrac{\mathcal{R}_{f_2} - \mathcal{R}''}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''}$	$\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_s}$ (2)	$-\Delta AI \dfrac{1}{\mathcal{R}_a + v_2(\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1})}$
$\Phi_{f_1} = v_2 \Phi_a \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_{f_1}}$	$\Delta\Phi_{f_1}$	$-\Delta\Phi_e\left(1 - \dfrac{1}{v_1}\right)$	$\dfrac{\Delta AI}{\mathcal{R}_{f_1}}\left(v_2 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_s}\right)$	$-\Delta\Phi_e$
$\Phi_i = v_2 \Phi_a \left(1 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_{f_1}}\right)$	$\Delta\Phi_i$	$-\dfrac{\Delta\Phi_e}{v_1}$	$\Delta AI\left[\dfrac{1}{\mathcal{R}_s} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_1}}\left(v_3 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_s}\right)\right]$	0
$ni = \Phi_a\left[\mathcal{R}_a + v_2\mathcal{R}_e + v_2\mathcal{R}_i\left(1 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_{f_1}}\right)\right]$	Δni	0	$\Delta AI\left[\dfrac{\mathcal{R}_i}{\mathcal{R}_s} + v_1\left(v_3 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_s}\right)\right]$	$\Delta AI \dfrac{\mathcal{R}_{f_1}}{\mathcal{R}_a + v_2(\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1})}$
	λ	$A\left(\dfrac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right)$	0	$A\left(\dfrac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}'''} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right)$
	α	0	$A\left[\dfrac{\mathcal{R}_i}{\mathcal{R}_s} + v_1\left(v_3 + \dfrac{\mathcal{R}_e}{\mathcal{R}_s}\right)\right]$	$A \dfrac{\mathcal{R}_{f_1}}{\mathcal{R}_a + v_2(\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1})}$

(1) $\dfrac{1}{\mathcal{R}''} = \dfrac{1}{\mathcal{R}_e + \dfrac{\mathcal{R}_i}{v_1}} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_2}}$.

(2) $\dfrac{1}{\mathcal{R}_s} = \dfrac{v_3}{\mathcal{R}_{f_2}} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}$.

(3) $\dfrac{1}{\mathcal{R}'''} = \dfrac{1}{\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{f_1}} + \dfrac{1}{\mathcal{R}_{f_2}}$.

Troisième hypothèse : $\Delta\Phi_i = 0$. *Flux inducteur constant.* — Ce cas ne se rencontre jamais en pratique, mais il présente un intérêt théorique parce qu'il correspond aux courbes en courant déwatté de Potier et nous permet de calculer les valeurs des coefficients α et λ de Potier par les formules :

$$\lambda = -\frac{\Delta\Phi_u}{\Delta I} = A\left(\frac{1}{\mathcal{R}a + \mathcal{R}''} + \frac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}\right),$$

$$\alpha = -\frac{\Delta ni}{\Delta I} = A\,\frac{\mathcal{R}_{f_1}}{\mathcal{R}a + \nu_2(\mathcal{R}e + \mathcal{R}_{f_1})}.$$

Ces expressions, différentes de celles indiquées plus haut, montrent qu'il n'est pas légitime d'employer les coefficients de Potier pour le calcul des alternateurs fonctionnant dans les première et deuxième hypothèses qui sont celles de la pratique.

III. *Cas du débit pratique contenant une composante de courant watté* (c'est-à-dire en phase avec la force électromotrice *interne*). — Nous avons supposé, dans ce qui précède, que les courants polyphasés débités par l'alternateur se réduisaient à une composante réactive (débit sur court-circuit ou sur self-induction ayant un grand facteur de réactance), mais, en pratique, à cette composante active ([2]), dont l'effet est complètement différent. Il se traduit par des flux transversaux dirigés suivant les axes bissecteurs des pôles et qui se décomposent en deux parties :

1° Un flux transversal Φ_t traversant l'induit, l'entrefer et les pièces polaires des pôles inducteurs;

2° Un flux de fuite Φ_{f_2} traversant l'induit avec un chemin de fuite f_2 de même composition que pour les courants réactifs, mais dont la saturation peut être un peu différente.

([1]) Cette fuite f_3 est d'ailleurs aussi partiellement compensée comme rI par une portion des fuites de l'induit a qui traversent les bobines induites en dehors du noyau.

([2]) On pourrait considérer le cas où il n'y a qu'une composante active et pas de composante réactive, mais on ne peut réaliser ce cas qu'en faisant débiter l'alternateur sur un circuit présentant de la capacité en dérivation, de manière à recaler le courant en avance par rapport à la tension aux bornes puisqu'il s'agit de rendre nul le décalage interne ψ du courant par rapport à la force électromotrice. Ce cas, qui peut se présenter dans le fonctionnement des alternateurs à vide sur des réseaux de forte capacité, est un peu exceptionnel. Il en est de même du cas où l'alternateur débite sur une capacité, cas où l'on peut avoir une avance du courant par rapport à la force électromotrice interne elle-même, c'est-à-dire une composante purement réactive en avance. Le cas ordinaire est celui de deux composantes, l'une active, l'autre réactive.

A ces flux, il convient d'ajouter encore le flux de fuite Φ_{f_3}, qui suit un chemin de fuite de même réluctance que précédemment; on peut, sans grande erreur, combiner Φ_{f_2} et Φ_{f_3} sous le nom de flux de dispersion totale Φ_s, comme plus haut, mais en ayant soin de remarquer que seules les fuites f_2 donnent lieu dans le noyau de l'induit à un flux s'ajoutant au flux transversal Φ_t et contribuant ainsi à la saturation de l'induit. La force électromotrice résultante est proportionnelle au flux total résultant du flux inducteur, qui n'est pas modifié puisqu'il n'y a aucune réaction sur les inducteurs, et de la résultante vectorielle des flux transversaux.

Le diagramme fondamental que j'ai indiqué en 1889 permet précisément de faire cette composition des flux, ou inversement de déduire les deux composantes du flux, de la connaissance du flux total (proportionnel à la force électromotrice apparente totale) et de l'angle de décalage interne.

Quelques auteurs ont cru pouvoir remplacer cette composition vectorielle de flux par une composition vectorielle directe et transversale des forces magnétomotrices de l'induit; mais même, en la réalisant seulement pour l'induit, l'entrefer et les pièces polaires, cette manière d'opérer n'est pas légitime, parce que le flux total de l'induit se divise extérieurement en deux chemins de réluctance différente, le chemin de réaction directe et le chemin de réaction transversale, dont les réluctances magnétiques entrent en ligne de compte pour produire le décalage; on ne pourrait composer vectoriellement les forces magnétomotrices, même dans l'induit seul, que si ces deux chemins étaient d'égale réluctance, ce qui n'est presque jamais le cas [1].

En pratique, le cas le plus intéressant est aujourd'hui celui d'une force électromotrice constante indépendante du débit; le flux dans le noyau induit est alors constant lui-même si l'on néglige $r\mathrm{I}$ et l'effet des fuites f_3 (pratiquement toujours très faibles) appliqués au courant total *résultant* des composantes actives et réactives. On peut alors appliquer à l'induit une perméabilité constante, quel que soit le décalage du courant, et cela est très important. On peut d'ailleurs, après un premier calcul fait d'après la valeur ainsi adoptée pour le flux du noyau induit, faire un calcul correctif tenant compte des chutes de tension $\left[\overline{r\mathrm{I}} + l_{f_3}\overline{\frac{d\mathrm{I}}{dt}}\right]$, dont il s'agit.

---

[1] On peut, par construction, augmenter ou diminuer plus ou moins la réluctance du chemin direct en réduisant ou augmentant la section des noyaux et de la culasse, sans modifier pour autant la réluctance transversale; on peut, inversement, modifier la réluctance transversale en modifiant la forme et la saturation des cornes polaires sans modifier la réluctance du flux direct.

On remarquera, en terminant, que ce calcul des flux et forces électromotrices transversales met en évidence une self-induction transversale totale

$$L_t = l_t + l_{f_2} + l_{f_3}$$

complètement différente de la self-induction obtenue par la construction de Potier et que les ampères-tours transversaux correspondent à une valeur $\alpha = 0$ du coefficient de réaction de Potier.

GEOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces telles que les sphères osculatrices aux lignes de courbure d'une série forment un système* O *ou un système* 2I. Note de M. C. GUICHARD.

J'emploie les notations suivantes pour les surfaces rapportées à leurs lignes de courbure : je désigne par u et v les paramètres de ces lignes, par M le point qui décrit la surface; quand u varie seul, le point M décrit la première série de lignes de courbure; si v varie seul, il décrit la seconde série. La tangente aux lignes de la première série décrit une congruence dont le second foyer est R; en partant de M, dans le sens des u, on déduit par la méthode de Laplace une suite de réseaux qui sont désignés par R, R_1, R_2, ... ; dans l'autre sens, on obtient une suite de réseaux désignés par S, S_1, S_2, ... Je désigne par C et D les centres de courbure de la surface; C est le point où la normale à la surface touche son enveloppe quand u varie seul; en faisant la transformation de Laplace du côté des v, on obtient, en partant de C, une suite de réseaux C_1, C_2, ...; de même, en partant de D et en transformant dans le sens des u, on a la suite de réseaux D_1, D_2, ... On sait que la droite DD_1 passe par R, et, d'une manière générale, $D_k D_{k+1}$ passe par R_k, de même la droite $C_k C_{k+1}$ passe par S_k. La loi d'orthogonalité des éléments fait correspondre au réseau C_1 la congruence RR_1; au réseau C_i la congruence $R_{i-1}R_i$; de même à D_i correspond $S_{i-1}S_i$; à R_i correspond $C_i C_{i+1}$, à S_i correspond $D_i D_{i+1}$.

La sphère osculatrice aux lignes de la première série a son centre en C_1; elle touche son enveloppe en deux points $\mathfrak{s}$ et $\mathfrak{s}'$, situés sur RR_1; le cercle osculateur à la première ligne de courbure passe par M, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{s}'$. Le cercle qui a pour pôles $\mathfrak{s}$ et $\mathfrak{s}'$, correspond par la loi d'orthogonalité des éléments à la sphère osculatrice C_1.

Je suppose que les sphères osculatrices C_1 forment un système O; le réseau C_1 sera un réseau $\mathfrak{C}$, il sera applicable sur un réseau C'_1; si l'on trans-

porte C_1 sur C'_1 en supposant la sphère osculatrice entraînée avec C_1, la sphère C_1, dans la nouvelle position qu'elle occupe, va passer par un point fixe.

Pour déterminer de pareils systèmes, je prends la configuration correspondante dans l'espace à cinq dimensions. A la sphère osculatrice correspond un élément O (on peut prendre indifféremment un réseau ou une congruence puisque la loi d'orthogonalité des éléments permet de passer de l'un à l'autre). A la sphère osculatrice correspond donc un réseau O décrit par un point O; soient OA la première tangente de ce réseau, A le second foyer de OA; AA_1 la tangente autre que AO au réseau A. A la congruence OA correspondra le premier cercle focal de la sphère (C_1), c'est-à-dire le cercle osculateur $M\mathfrak{z}\mathfrak{z}'$; au réseau A correspond la sphère des centres qui a pour centre C et pour rayon CM; à la congruence AA_1 correspond le cercle-point M, situé dans le plan tangent à la surface. Il en résulte que la *congruence* AA_1 *doit être une congruence* I. Cela posé, en prenant les notations de mon Mémoire de 1903 (*Ann. Éc. Norm. sup.*), les paramètres directeurs $\theta_1, \ldots, \theta_5$ de AA_1 sont donnés par les formules :

$$\theta_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial u} - \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\xi_i, \tag{1}$$

on vérifie que

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial v} = \xi_i\left(mn - \frac{\partial^2 \log n}{\partial u\,\partial v}\right). \tag{2}$$

On doit avoir

$$\Sigma\theta_i^2 = 0,$$

d'où

$$\Sigma\theta_i\frac{\partial\theta_i}{\partial v} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Sigma\theta_i\xi_i = 0.$$

Les formules (1) montrent alors que $\dfrac{\partial n}{\partial u} = 0$, n est une fonction de v qu'on peut réduire à une constante, par un choix convenable de la variable v. On aura simplement

$$\theta_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial u}. \tag{3}$$

On devra avoir

$$\sum\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial u}\right)^2 = 0, \qquad \text{ou} \qquad a^2 + e^2 + g^2 + m^2 = 0.$$

Les quantités ξ_q satisfont à l'équation

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial u\,\partial v} = mn\xi.$$

On est donc ramené à trouver une équation de Moutard admettant cinq solutions $\xi_1, \ldots, \xi_5$ satisfaisant aux conditions

$$\Sigma \xi_i^2 = 1, \qquad \sum \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial u}\right)^2 = 0.$$

C'est le quatrième cas particulier de mon Mémoire de 1903 (*Ann. Éc. Norm. sup.*, p. 260).

Soient maintenant L une congruence I conjuguée au réseau O, B le second foyer de L, l'autre tangente de B passe par A; elle a un second foyer B_1; le réseau B_1 est harmonique à la congruence AA_1; donc *ce réseau* B_1 *est* 2I.

Inversement, je considère le système LBB_1; il y a une seconde congruence A'_1A' harmonique à B_1 qui est une congruence I; l'autre tangente du réseau A' rencontre OL en un point O'; ce point O' décrit un réseau O qui possède la même propriété que le réseau O qui a servi de point de départ. Il ne reste plus qu'à traduire ces résultats dans l'espace ordinaire pour montrer l'équivalence des deux problèmes posés. On a les théorèmes suivants :

Soit M *une surface telle que les sphères osculatrices aux lignes de courbure de la première série forment un système* O; *le cercle qui a pour pôles* $\mathfrak{I}$ *et* $\mathfrak{I}'$ *est un cercle* O (cercle de Ribaucour); *ce cercle est normal à une infinité de surfaces : soit* H *une de ces surfaces; la deuxième sphère osculatrice de* H *forme un système* 2I; *le centre de cette sphère est situé sur la normale* CD *à la surface* M; *cette sphère touche son enveloppe en deux points* M *et* M'. *La surface* M' *possède la même propriété que la surface* M.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'influence du temps dans les déformations rapides des métaux*. Note de MM. **Georges Charpy** et **André Cornu**.

De nombreuses études ont été effectuées relativement à l'influence du temps sur les déformations des métaux lorsque les durées de production de ces formations varient de quelques secondes à quelques heures et même davantage. Mais en ce qui concerne les déformations produites pendant des intervalles de l'ordre du $\frac{1}{100}$ ou du $\frac{1}{1000}$ de seconde, telles que celles réalisées dans les essais dits par chocs, les résultats connus sont beaucoup plus rares

et souvent contradictoires. Nous nous sommes proposé d'apporter une contribution à l'étude de ces questions en envisageant plus spécialement le travail absorbé par la rupture à la flexion de barreaux entaillés, en raison de l'importance que prend depuis quelque temps ce mode d'essai des matériaux. Nous avons fait aussi quelques essais de traction et de flexion sur barreaux non entaillés, pour rapprocher ces épreuves classiques du nouveau procédé.

Les essais sur barreaux entaillés ont souvent jusqu'ici montré des irrégularités qui ont conduit certains expérimentateurs à considérer comme suspecte la méthode elle-même, mais qui, à notre avis, prouvent, au contraire, qu'elle constitue un réactif très sensible à certaines modifications des métaux qui échappent aux épreuves ordinaires de traction ou de flexion sans entaille.

Pour démontrer l'exactitude de cette manière de voir, il fallait arriver à préparer des métaux donnant sûrement, dans des conditions d'essai déterminées, des résultats compris entre deux limites bien définies et peu éloignées l'une de l'autre; c'est ce que nous avons réalisé après une longue série d'expériences dont la description ne peut trouver place ici et fera l'objet d'une autre publication.

Disposant ainsi de barreaux dont la régularité était numériquement définie, nous avons pu rechercher si une modification des circonstances de l'essai et notamment de la vitesse produisait une variation du travail de rupture nettement supérieure aux différences observées entre plusieurs barreaux essayés dans les mêmes conditions.

Nous avons effectué plusieurs séries d'expériences qui toutes conduisent à la même conclusion et dont nous résumons ci-dessous les principaux résultats :

1° Dans une première série d'essais, nous avons comparé les travaux absorbés par la rupture de barreaux entaillés soumis au choc d'un même mouton tombant de hauteurs différentes.

Métal employé.	Nombre de barreaux essayés.	Hauteur de chute.	Vitesse initiale.	Vitesse restante.	Vitesse moyenne.	Durée de l'essai.	Résilience moyenne.	Écart moyen.	Valeurs extrêmes de la résilience observées.
a. Mouton-pendule de 65kg (1).									
		m	m	m	m	sec	kg		
Acier O_1....	7	6,45	11,25	10,28	10,76	0,0012	9,76	±0,61	10,31- 8,91
	7	4,31	9,20	8,20	8,70	0,0015	9,55	±0,71	10,79- 8,01
	7	2,20	6,57	5,11	5,84	0,0022	9,97	±0,34	10,67- 9,29
b. Mouton-pendule de 96kg,25 (2).									
Acier C....	5	3,87	8,87	7,55	8,21	0,0036	17,98	±0,13	18,10-17,8
	5	1,15	4,83	1,83	3,33	0,0090	17,28	±0,56	18,15-16,68
Acier O....	5	3,87	8,87	8,14	8,50	0,0015	9,98	±0,15	10,08- 9,59
	5	0,58	3,44	0,70	2,07	0,0062	9,79	±0,19	10,21- 9,51
Cuivre.....	5	3,87	8,87	7,99	8,43	0,0035	12,14	±0,27	12,61-11,83
	5	0,71	3,80	1,25	2,50	0,0120	11,12	±0,29	11,42-10,71
c. Mouton vertical de 13kg (3).									
Acier E.....	4	2,95	7,21	5,28	6,24	0,0033	22,24	±1,99	25,70-19,37
	4	1,55	5,26	2,22	3,74	0,0056	20,98	±0,70	21,76-19,57

La résilience diminue donc un peu quand la durée de l'essai augmente, mais les différences observées restent très faibles, quoique les hauteurs de chute aient varié dans le rapport de 1 à 4.

2° Dans une deuxième série d'essais, nous avons fait varier à la fois le poids du mouton et la hauteur de chute.

---

(1) Hauteur de chute maxima 6m,50. Barreaux de 30 × 30 × 160, entaillés à mi-épaisseur.

(2) Hauteur de chute maxima 3m,87. Barreaux de 30 × 30 × 160, entaillés à mi-épaisseur.

(3) Muni d'un enregistreur de vitesse Amsler-Laffon. Hauteur de chute maxima 2m,95. Barreaux de 10 × 10 × 53,3, entaille de 2mm de profondeur.

Métal employé.	Nombre de barreaux essayés.	Hauteur de chute.	Vitesse initiale.	Vitesse restante.	Vitesse moyenne.	Durée de l'essai.	Résilience moyenne.	Écart moyen.	Valeurs extrêmes de la résilience observées.
a. Mouton-pendule de 96kg,25 et de 48kg ([1]).									
		m	m	m	m	sec	kg		
Acier C....	5	3,87	8,87	7,96	8,41	0,0017	18,61	±1,04	20,20-16,52
	5	1,49	5,20	2,08	3,64	0,0041	19,20	±1,70	21,96-16,99
b. Mouton-pendule de 96kg,25 et de 22kg,30 ([2]).									
Acier C....	5	3,87	8,87	8,21	8,54	0,0015	16,67	±0,65	19,72-17,48
	5	1,45	5,25	2,12	3,68	0,0035	17,93	±0,86	19,31-15,93

Ici encore, les variations de la résilience sont peu importantes et presque de même ordre que les erreurs de mesure.

3° Nous avons, en troisième lieu, essayé à la flexion par choc des barreaux non entaillés avec un même mouton tombant de hauteurs différentes et comparé les travaux absorbés par la flexion dans les deux cas.

En employant des barreaux de $10 \times 29 \times 140$, non entaillés, essayés avec un mouton-pendule de $96^{kg},25$, tombant de $3^{m},87$ de haut, nous avons trouvé que la flexion absorbait en moyenne un travail de $67^{kg},56$, et, en réduisant la hauteur de chute à 1^{m}, le travail absorbé a été de $69^{kg},65$.

4° Enfin, nous avons essayé, toujours dans les mêmes conditions, avec le mouton-pendule de $96^{kg},25$, des barreaux de traction de 9^{mm} de diamètre et 50^{mm} entre repères. Avec une hauteur de chute de $3^{m},87$, la rupture a absorbé un travail de $58^{kg},8$ en $0^{sec},001$ environ; avec une hauteur de chute de $0^{m},70$, la rupture a absorbé un travail de $57^{kg},77$ en $0^{sec},005$ environ. Nous avons cherché à déterminer le travail absorbé dans un essai de traction lent en mesurant l'aire du diagramme de traction et trouvé un travail de $35^{kg},63$ pour des essais durant en moyenne 72 secondes, soit un temps 72000 fois plus grand que dans le premier essai.

En résumé, quand on effectue des essais de métaux par choc, en faisant varier la hauteur de chute du mouton autant que le permettent les appareils

---

([1]) Hauteur de chute de $3^{m},87$ ($96^{kg},25$); de $1^{m},49$ (48^{kg}). Barreaux de $20 \times 20 \times 107$, entaillés à mi-épaisseur.

([2]) Hauteur de chute de $3^{m},86$ ($96^{kg},25$); de $1^{m},45$ ($22^{kg},30$). Barreaux de $15 \times 15 \times 80$, entaillés à mi-épaisseur.

usuels, soit depuis 5^m à 6^m jusqu'à 1^m et au-dessous, la durée de la déformation peut varier de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{1}{100}$ de seconde environ, et cette variation produit sur le travail absorbé par la rupture des différences pratiquement négligeables.

MÉMOIRES LUS.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une loi expérimentale de l'écoulement des gaz et de la vapeur à travers les orifices*, par M. H. Parenty.

Je demande la faveur de revenir sur la genèse d'une loi expérimentale du débit des gaz et de la vapeur à travers les orifices. M. J. Boussinesq a daigné dans son enseignement lui attacher mon nom et en établir ici même la rationalité pour les gaz ([1]). Je trouve une justification de ce retour à mes plus anciennes recherches, dans ce fait qu'en 1880, époque où je les entrepris pour l'établissement de mon compteur de vapeur, les praticiens ne connaissaient aucune vérification correcte des formules théoriques du débit. Et cette divergence apparente entre le raisonnement et l'expérience ne fut pas sans jeter quelque discrédit sur les premiers résultats que je proclamais, à savoir que suivant mes prévisions antérieures et pour des pertes de charges inférieures au dixième de la charge, la compressibilité des gaz et de la vapeur n'intervenait que faiblement dans la formule de leurs débits, représentés par la même parabole que ceux des liquides.

En 1886, Hirn publiait ses « recherches expérimentales sur la limite des vitesses que prend un gaz en passant d'une pression à une autre plus basse » ([2]). Il constatait le complet échec d'une comparaison qu'il avait faite du débit de divers orifices avec les deux formules théoriquement construites dans l'hypothèse adiabatique d'une part, isotherme d'autre part.

Hugoniot ([3]) réussit à interpréter les résultats de Hirn et je ne manquai pas d'y chercher moi-même ([4]) la confirmation de la parabole que je défendais. En outre, je démontrai que la vitesse maxima moyenne des six

([1]) J. Boussinesq, *Comptes rendus*, t. 138, 4 janvier 1904, p. 39.
([2]) *Ann. de Chimie et de Physique*, t. VII, mars 1886, p. 289.
([3]) Hugoniot, *Comptes rendus*, t. 103, 1886, p. 111.
([4]) H. Parenty, *Comptes rendus*, t. 103, 1886, p. 125.

expériences de Hirn avait été de 315^m à la température $-55°$, vitesse inférieure à la limite (infranchissable selon moi) de la vitesse cinétique moyenne $\overline{U}$.

Ces deux Notes parvinrent le même jour à l'Académie qui crut devoir me retourner la mienne, en vue d'un accord avec Hugoniot, auquel je la transmis aussitôt et qui apprécia en ces termes ma conclusion particulière : « Le reste de ta Note, m'écrivait-il le 28 juillet 1886, aurait, mais c'est là une opinion personnelle, gagné à être débarrassée des conditions relatives à la théorie cinétique. *Cela te fournit cependant l'occasion de faire une remarque curieuse et que je n'avais pas faite sur la vitesse de* 315^m. Il faudra que je m'assure s'il n'y a pas là une simple coïncidence. »

Hugoniot [1] devait, à quelques semaines de là, rapprocher de la vitesse du son U_S la vitesse de 315^m que j'avais déterminée moi-même et rapprochée de la vitesse cinétique $\overline{U}$ (ces deux vitesses sont, à un facteur numérique près, la même fonction de température). Mais, contrairement à mon opinion, il refusa de voir une limite dans cette vitesse suivie, me disait-il, de vitesses plus considérables dans le jet aval de l'orifice. Par suite d'une autre divergence, je considérais le coefficient m de l'orifice comme invariable, et il le faisait croître progressivement dans le vide progressif de l'aval, si bien que sa courbe des débits atteignait asymptotiquement la tangente horizontale par laquelle se prolonge le premier quadrant de la mienne.

C'est alors que J. Bertrand rappela que Saint-Venant et Wantzel, en 1839 [2], avaient constaté cette limitation de débit qui se manifeste quand la pression p_1 d'une section du jet traversée normalement par des masses parallèles s'abaisse aux $\frac{53}{100}$ environ de la pression p_0. En se plaçant dans le mode de détente adiabatique attribué par Laplace aux vibrations sonores, où la pression p de chaque masse gazeuse décroît sans gain ni perte de chaleur en demeurant proportionnelle à la puissance $\varpi^{1-\gamma}$ de la densité, les deux savants français avaient fourni les éléments de la formule du débit en volume V_1, en fonction du rapport ρ_1 des pressions p_0 et p_1, que Hirn attribue à Weisbach et à Zeuner et qu'il tente de vérifier :

$$(1) \qquad V_1 = m_0 m_1 S \rho^{1-\gamma} \sqrt{2g\,\mathrm{ECT}_0(1-\rho_1^\gamma)}, \qquad 1-\gamma = \frac{c}{C}.$$

Cette formule est particulière à un orifice dont le débit est permanent

---

(1) HUGONIOT, *Comptes rendus*, t. 103, p. 371, 514.

(2) *Journal de l'École Polytechnique*, 27e Cahier, 1889.

et adiabatique ; elle est intolérablement inexacte pour la plupart des autres. J'ai proposé ([1]) de lui substituer une formule absolument générale que je transcris ici pour le débit en poids. C'est un quadrant d'ellipse, terminé pour les débits régularisés par la tangente au sommet et dans lequel le débit I_1 est l'ordonnée et le rapport $R_1 = 1 - \rho_1$ de la perte de charge $p_0 - p_1$ à la charge p_0 est l'abscisse :

(2) $$I_1 m S \sqrt{\frac{2}{a}} \sqrt{R_1 \left(1 - \frac{m}{2a} R_1\right)} \times a \sqrt{2 g p_0 \varpi_0},$$

(3) $$I_L = \sqrt{m S}\, a \sqrt{2 g p_0 \varpi_0} \quad \text{(débit limite)}.$$

Le premier facteur de I_1 ne dépend que des R_1 et le second de ϖ_0, p_0. Pour les gaz, ϖ_0 dépend de p_0, T_0 ; pour la vapeur, ϖ_0 est une fonction de p_0 seul, mais il peut être modifié suivant l'état de sursaturation ou de surchauffe.

Cette formule présente l'avantage de ne renfermer que deux coefficients m et a dont le premier dépend de l'orifice et le second de la nature du fl uide.

Coefficient m. — Dans mes expériences de la rue Coligny ([2]) j'ai déterminé le coefficient m du débit des divers orifices de Hirn, en prenant la précaution d'en immerger l'aval pour éviter la déformation variable d'un jet liquide dans l'air. Si les valeurs 0,65 et 0,70 pour les orifices en minces parois ont échappé à une interprétation rigoureusement précise, les valeurs 1,035 et 1,0373 pour les orifices coniques de demi-angle 9° et 13° prouvent que les masses se dirigent vers le sommet du cône et franchissent normalement la calotte sphérique limitée par son dernier parallèle. Ces coefficients sont, en effet, les rapports des surfaces de la calotte et du cercle qui lui sert de base. Pour un orifice adiabatique $m = 1$, le dernier élément doit être cylindrique et la section de jauge est ainsi rendue plane. Et tout cela laisse bien peu de place au préjugé d'une section contractée plane, constituée sur le jet aval des orifices et servant de jauges à leur débit.

Coefficient a. — C'est le demi-axe de l'ellipse des débits d'un orifice adiabatiquement convergent ; c'est aussi l'abscisse du maximum de débit pour les deux courbes, et sa valeur commune $R_L = 1 - \rho_L$ doit annuler dès lors la

---

([1]) H. Parenty, *Comptes rendus*, t. 113, p. 184, 493.
([2]) H. Parenty, *Comptes rendus*, t. 119, p. 419.

dérivée des deux expressions équivalentes

$$(4)\qquad \frac{2(1-\gamma)}{2-\gamma}=\left(1-\frac{a}{m}\right)^{\gamma}\quad \text{et pour } m=1\quad \frac{2(1-\gamma)}{2-\gamma}=(1-a)^{\gamma};$$

a, fonction du rapport $1-\gamma$ des coefficients c et C, est comme ce rapport pratiquement constant pour tous les corps. Il passe de la valeur 0,4734 pour l'air et l'acide carbonique à la valeur 0,4758 pour la vapeur d'eau saturante.

On peut donner de a une autre curieuse interprétation. C'est pour un orifice adiabatique le coefficient de la réduction qu'éprouve du chef de la compressibilité un fluide qui se détendrait de la pression p_0 au vide absolu. C'est pour $p_1=0$ le rapport des ordonnées de la parabole du débit d'un fluide incompressible et du débit limite d'un fluide compressible

$$(5)\qquad \mathrm{I}=m\sqrt{2g(p_0-p_1)\varpi_0}.$$

$$(6)\qquad \mathrm{I_L}=a\sqrt{m}\sqrt{2gp_0\varpi_0}.$$

$$(7)\qquad \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I_L}}=\frac{a}{\sqrt{m}}\quad \text{et pour } m=1\quad \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I_L}}=a.$$

Vitesses, températures et poids spécifiques. — J'ai observé (¹) que dans les équations du type transcendant la vitesse est l'intégrale en ρ_1 de l'inverse du débit et j'ai obtenu de manière analogue, pour représenter la vitesse en partant de l'ellipse, une sinusoïde dont le point d'inflexion correspond à l'ordonnée du maximum de débit :

$$(8)\qquad \mathrm{U_1}=m_0\sqrt{2g\,\mathrm{ECT_0}(1-\rho^{\gamma})},\qquad \mathrm{U_L}=m_0\sqrt{\frac{2g\,\mathrm{ECT_0}}{2-\gamma}}.$$

$$(9)\qquad \mathrm{U_1}=k\sqrt{\frac{2a}{m}}\left[\arcsin\left(\frac{m}{a}\mathrm{R}-1\right)+\frac{\pi}{2}\right],\qquad \mathrm{U_L}=k\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2a}{m}}.$$

On détermine les coefficients m_0 et k en identifiant dans l'hypothèse adiabatique $m=1$ les vitesses limites à la vitesse $\mathrm{U_S}$ du son à la température $\mathrm{T_L}$:

$$(10)\qquad \mathrm{T_1}=\mathrm{T_0}\rho_1^{\gamma},\qquad \mathrm{T_L}=\mathrm{T_0}\frac{2(1-\gamma)}{2-\gamma}.$$

$$(11)\qquad \varpi_1=\varpi_0\rho_1^{1-\gamma},\qquad \varpi_L=\varpi_0\left(\frac{2(1-\gamma)}{2-\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}-1}.$$

La Note précitée de M. J. Boussinesq me dispense de justifier analytique-

(¹) H. Parenty, *Comptes rendus*, t. 113, p. 790.

ment et de louer *la formule si simple d'une ellipse, excellente réduction de l'ancienne et belle formule théorique due à Saint-Venant et Wantzel.* Il me paraît cependant indispensable de rappeler que sa forme généralisée s'est appliquée avec précision à d'innombrables expériences sur le débit des gaz et de la vapeur ([1]).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant, pour la Section d'Astronomie, en remplacement de Sir *David Gill*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 31,

M. F.-W. Dyson obtient.	30 suffrages
M. H. Struve »	1 suffrage

M. **F.-W. Dyson**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'Agave, culture et exploitation*, par Félicien Michotte. (Présenté par M. Prillieux.)

2° Le fascicule 2, Tome IV de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous la direction de M. H. Lecomte. *Loganiacées (fin)*, *Gentianacées*, par P. Dop et Gagnepain; *Boraginacées*, par Gagnepain et Courchet. (Présenté par M. Mangin.)

3° Le Tome III (1912-1913) des *Travaux du* Laboratoire central d'Électricité, publiés par P. Janet. (Présenté par M. Bouty.)

([1]) H. Parenty, *Observations sur les expériences de M. Rateau concernant le débit de la vapeur et leur concordance avec les formules de M. H. Parenty* (*Ann. des Mines*, novembre 1902). — H. Parenty, *Comptes rendus*, t. 107, p. 160.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la courbure normale des contours fermés.* Note de M. A. Buhl.

Dans les *Comptes rendus* du 11 mai j'ai formé une intégrale double invariante pour toutes les cloisons Γ tangentes entre elles le long d'un contour fermé γ et s'exprimant par la *torsion géodésique* totale dudit contour. J'ai obtenu depuis un résultat tout à fait analogue pour la *courbure normale* de γ.

La méthode consiste toujours en l'application d'une certaine extension de la formule de Stokes, extension représentée par l'égalité (1) de ma précédente Communication. Je suppose encore qu'il s'agisse d'une cloison $z = f(x, y)$ limitée par un contour γ se projetant sur Oxy suivant la courbe fermée $F(x, y) = 0$. Alors, si l'on considère les angles élémentaires de courbure géodésique, de torsion géodésique et de courbure normale, on a

$$\begin{aligned} \frac{ds}{\rho_g} &= P_1\,dx + Q_1\,dy + S_1\,dp + T_1\,dq, \\ d\tau_g &= S_2\,dp + T_2\,dq, \\ \frac{ds}{\rho_n} &= \frac{S_1}{\Omega}\,dp + \frac{T_1}{\Omega}\,dq. \end{aligned}$$

Les coefficients P_1, Q_1, S_1, T_1, S_2, T_2, Ω sont des fonctions explicites de x, y, p, q, mais non de z; elles sont bien simples à obtenir et d'autant plus inutiles à réformer ici que leur expression détaillée n'intervient pas dans le résultat qui suit.

Si maintenant on applique la formule (1) de ma Note du 11 mai à l'expression de $\frac{ds}{\rho_n}$, il vient, après de nombreuses réductions,

$$\int_\gamma \frac{ds}{\rho_n} = \int\int_\Gamma \frac{\Omega\,d\sigma}{\rho_1\rho_2} - \int\int_\Gamma \begin{vmatrix} r & s & -1 & 0 \\ s & t & 0 & -1 \\ P_1 & Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_2 & T_2 \end{vmatrix} dx\,dy.$$

L'élément superficiel de Γ est $d\sigma$; les rayons de courbure principaux correspondants sont ρ_1 et ρ_2.

Telle est la formule qui est, pour la courbure normale, ce que la formule d'Ossian Bonnet est pour la courbure géodésique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction* $\zeta(s)$ *de Riemann.* Note de M. **R.-J. Backlund**, présentée par M. Émile Picard.

Soit $N(T)$ le nombre des zéros non réels de la fonction $\zeta(s) = \zeta(\sigma + it)$, dont les ordonnées vérifient la condition $0 < t \leqq T$. On sait que ces zéros font tous partie du domaine $0 \leqq \sigma \leqq 1$.

Les zéros de la fonction entière

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1)\pi^{-\frac{s}{2}}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\zeta(s)$$

sont précisément les zéros non réels de $\zeta(s)$. Donc, si le nombre T n'est pas égal à l'ordonnée d'un de ces zéros, la fonction $\xi(s)$ admet exactement $2N(T)$ zéros à l'intérieur du rectangle R ayant pour sommets les points $2 - iT$, $2 + iT$, $-1 + iT$, $-1 - iT$, tandis qu'elle ne s'annule pas sur son contour.

D'après le principe connu de Cauchy, on aura donc

$$2N(T) = \frac{1}{2\pi}\Delta_R \arg. \xi(s),$$

$\Delta_R \arg. \xi(s)$ désignant l'accroissement que prendra l'argument de la fonction $\xi(s)$ lorsque le point s décrit le contour du rectangle R dans le sens direct.

Mais, puisque la fonction $\xi(s)$ est réelle tant sur l'axe réel que sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$, elle prendra des valeurs conjuguées en deux points quelconques symétriques par rapport à l'une de ces droites, et $\Delta_R \arg. \xi(s)$ est donc égal à quatre fois l'accroissement $\Delta_{ABC} \arg. \xi(s)$ que prendra $\arg. (\xi(s)$ lorsque s décrit la portion ABC du contour de R, où $A = 2$, $B = 2 + iT$, $C = \frac{1}{2} + iT$. Par suite, l'égalité précédente peut s'écrire

$$N(T) = \frac{1}{\pi}\Delta_{ABC} \arg. \xi(s).$$

En évaluant l'accroissement de $\arg. \Gamma\left(\frac{s}{2}\right)$ à l'aide de la formule de Stirling, on en tire pour $N(T)$ cette expression [1]

$$N(T) = \frac{T}{2\pi}\log\frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} + \frac{7}{8} + P(T) + O\left(\frac{1}{T}\right), \tag{1}$$

[1] Suivant l'exemple de M. Landau, nous désignerons par $O(x)$ toute fonction de x dont le quotient par x reste fini lorsque x tend vers ∞.

où

$$P(T) = \frac{1}{\pi} \Delta_{ABC} \arg. \zeta(s). \tag{2}$$

Pour trouver une limite supérieure de $|P(T)|$, nous faisons d'abord observer que, si la partie réelle de la fonction $\zeta(s)$

$$R\zeta(s) = \frac{1}{2}[\zeta(\sigma + it) + \zeta(\sigma - it)]$$

s'annule n fois sur ABC, on a $|\Delta_{ABC} \arg. \zeta(s)| < (n+1)\pi$, d'où

$$|P(T)| < n + 1.$$

Sur le segment AB, on a constamment $R\zeta(s) > 0$. Pour évaluer une limite du nombre des zéros de $R\zeta(s)$ situés sur le segment BC, nous allons considérer la fonction

$$f(s) = \frac{1}{2}[\zeta(s + iT) + \zeta(s - iT)],$$

qui, pour $s = \sigma$, se confond avec $R\zeta(\sigma + iT)$. Si l désigne le nombre des zéros de $f(s)$ compris dans le cercle $|s - 2| \leqq \frac{3}{2}$, on aura évidemment

$$n \leqq l.$$

Il s'agit donc de trouver une limite supérieure du nombre l.

A cet effet, nous appliquerons à la fonction $f(s)$ le théorème de M. Jensen; $f(s)$ étant holomorphe dans le cercle $|s - 2| \leqq 2$ dès que $T > 2$, ce théorème nous donne

$$l < \frac{\log \frac{M}{m}}{\log \frac{4}{3}},$$

où $m = |f(2)| = |R\zeta(2 + iT)|$, et

$$M = \max |f(2 + 2e^{i\varphi})|, \qquad \text{pour } 0 \leqq \varphi \leqq 2\pi.$$

Or la quantité m reste, pour toute valeur de T, supérieure à une certaine limite positive, et, d'autre part, le module de $\zeta(s)$ vérifie pour $0 \leqq \sigma \leqq 4$ l'inégalité

$$|\zeta(s)| < |t|^c,$$

où c désigne une constante. On en conclut successivement $\log M = O(\log T)$, $l = O(\log T)$, $n = O(\log T)$, et enfin

$$P(T) = O(\log T),$$

et l'égalité (1) peut donc s'écrire

$$(1') \qquad N(T) = \frac{T}{2\pi}\log\frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi} + \frac{7}{8} + O(\log T).$$

Nous sommes ainsi arrivé directement à cette importante formule, sans invoquer d'autres résultats relatifs aux zéros non réels de $\zeta(s)$ que ceux qui résultent de l'expression de $\zeta(s)$ sous forme de produit infini, donnée par Euler, et de la relation $\xi(s) = \xi(1-s)$, démontrée par Riemann.

La formule (1)' une fois établie, on en conclut immédiatement, non seulement que $\zeta(s)$ admet en réalité une infinité de zéros complexes, ρ_ν, mais encore que la série $\sum\left|\frac{1}{\rho_\nu}\right|^{1+\varepsilon}$ converge quelque petit que soit le nombre positif ε, tandis que la série $\sum\left|\frac{1}{\rho_\nu}\right|$ est divergente.

Notre méthode apporte encore d'autres simplifications dans la théorie de $\zeta(s)$ et des fonctions analogues $L(s)$ de Dirichlet.

En précisant certains détails dans la démonstration ci-dessus, nous en avons tiré pour $P(T)$ l'inégalité

$$|P(T)| < 0,275 \log T + 0,979 \log\log T + 7,446 \qquad (T > 200),$$

qui est un peu plus précise que celle qu'a obtenue dernièrement M. Grossmann (¹) à l'aide de la méthode de M. v. Mangoldt.

Dans une Note antérieure (²) nous avions trouvé par un calcul direct

$$N(100) = 29, \qquad N(200) = 79.$$

et d'autre part nous avions démontré, en nous servant de la méthode donnée par M. Lindelöf (³), que les 29 premiers zéros non réels de $\zeta(s)$ sont tous situés sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$. En continuant les calculs par la même méthode, à laquelle nous avons d'ailleurs apporté diverses simplifications, nous avons vérifié que les 50 zéros suivants sont également situés sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$, qui contient ainsi au moins tous ceux parmi les zéros non réels de la fonction $\zeta(s)$ dont les ordonnées sont comprises entre les limites -200 et $+200$.

(¹) *Ueber die Nullstellen der Riemannschen ζ-Funktion und der Dirichletschen L-Funktionen ; Dissertation* (Göttingen, 1913).

(²) *Einige numerische Rechnungen die Nullpunkte der Riemannschen ζ-Funktion betreffend* (*Ofversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar*, LIV, A, 1912).

(³) *Quelques applications d'une formule sommatoire générale* (*Acta. Soc. Scient. Fenn.*, t. XXXI, 1902).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une évaluation des potentiels*. Note de M. **Theodor Poeschl**, présentée par M. Émile Picard.

La remarque suivante se rattache aux Notes de MM. Franck, Pick et Blaschke, qui ont paru récemment dans les *Comptes rendus*. Le plus remarquable résultat de ces Notes qu'on peut exprimer sous la forme (cf. *l. c.*)

$$\int_0^1 \varphi(x)\,\psi(x)\,dx \geqq \int_0^1 \hat{\varphi}(x, t_0)\,\psi(x)\,dx$$

admet (sous certaines conditions) une généralisation immédiate à plusieurs dimensions. Je me propose ici d'énoncer cette extension pour deux dimensions.

Les solutions de l'équation aux dérivées partielles

$$\Delta\varphi \equiv \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = -f(x, y) \tag{1}$$

s'annulant à la limite d'un domaine donné dans le plan x, y, peuvent être exprimées sous la forme que l'on connaît de la théorie des potentiels

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi}\iint \log\frac{1}{r} f(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta \qquad \left(r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}\right)$$

Posons

$$\iint\left(\log\frac{1}{r}\right)^2 d\xi\,d\eta = \omega(x, y)$$

où ω est positif et fini pour toutes les valeurs de x, y, et

$$\frac{\log\frac{1}{r}}{\sqrt{\omega(xy)}} = \hat{\varphi}(x, y; \xi, \eta),$$

$\sqrt{\omega}$ étant encore positif, il suit pour toutes les valeurs de x, y, $\hat{\varphi}$ normale, c'est-à-dire

$$\iint \hat{\varphi}^2\,d\xi\,d\eta = 1.$$

Nous écrirons donc

$$\Phi(x, y) = \frac{\varphi(xy)}{\sqrt{\omega(xy)}} = \frac{1}{2\pi}\iint \hat{\varphi} f(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta.$$

et supposerons la fonction Φ aussi normale; au surplus, nous ne regar-

derons que des fonctions pour lesquelles *le f dans* (1) *est positif*. Il s'ensuit

$$1 = \iint \Phi^2\, dx\, dy = \frac{1}{4\pi^2} \iiiint\iint \hat{\varphi} f \hat{\varphi}_1 f_1\, d\xi\, d\eta\, d\xi_1\, d\eta_1\, dx\, dy$$
$$= \frac{1}{4\pi^2} \iiiint f f_1\, d\xi\, d\eta\, d\xi_1\, d\eta \iint \hat{\varphi} \hat{\varphi}_1\, dx\, dy,$$

où

$$\hat{\varphi}_1 = \hat{\varphi}(\xi_1, \eta_1, x, y), \qquad f_1 = f(\xi_1 \eta_1).$$

D'après la relation de Schwarz

$$\iint \hat{\varphi} \hat{\varphi}_1\, dx\, dy \leqq 1,$$

on obtient donc

$$\frac{1}{2\pi} \iint f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \geqq 1. \tag{2}$$

Soit Ψ une fonction arbitraire, nous obtenons donc pour chaque fonction normale Φ,

$$\iint \Phi \Psi\, dx\, dy = \frac{1}{2\pi} \iiiint \hat{\varphi} f(\xi\eta)\, \Psi(xy)\, d\xi\, d\eta\, dx\, dy$$
$$= \frac{1}{2\pi} \iint f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \iint \hat{\varphi}\, \Psi(xy)\, dx\, dy.$$

Soit enfin m_0 la limite inférieure pour la valeur de l'intégrale $\iint \hat{\varphi} \Psi\, dx\, dy$ correspondant aux valeurs $\xi_0 \eta_0$ de ξ, η. Il suit à cause de (2)

$$\iint \Phi \Psi\, dx\, dy \geqq \iint \hat{\varphi}(x, y; \xi_0, \eta_0)\, \Psi(xy)\, dx\, dy.$$

La note de M. Blaschke contient la considération analogue pour *une* dimension. Je veux encore remarquer que la condition $\Delta\varphi =$ négatif n'est pas identique avec la condition de la convexité de la surface correspondante.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode directe du calcul des variations.* Note de M. **Leonida Tonelli**, présentée par M. Hadamard.

En nous référant pour les notations à une Note précédente [1], nous allons

---

[1] Séance du 15 juin 1914.

nous occuper des fonctions minimant l'intégrale $\mathfrak{I}(y)=\int_a^b f(x, y, y')\,dx$, pour voir si elles satisfont à l'équation d'Euler.

1. Soient vérifiées la condition II et la condition

I' : pour chaque point $(\bar{x}, \bar{y})$ du champ considéré, il n'y a pas d'intervalles de valeurs y', où la $f_{y'^2}(\bar{x}, \bar{y}, y')$ est toujours $\leqq 0$.

Si existent, en outre, les intégrales

$$\int_a^b f_y(x, y_0, y'_0)\,dx, \quad \int_a^b f_{y'}(x, y_0, y'_0)\,dx,$$

où $y_0 = y_0(x)$ est une fonction absolument continue, et si l'on a toujours

$$\int_a^b [\omega f_y(x, y_0, y'_0) + \omega' f_{y'}(x, y_0, y'_0)]\,dx = 0,$$

où ω est une fonction quelconque ayant une dérivée ω' finie et continue dans tout l'intervalle (a, b) et satisfaisant à la condition $\omega(a) = \omega(b) = 0$, la fonction y_0 a partout une dérivée finie et continue et satisfait à l'équation d'Euler $f_y - \frac{d}{dx} f_{y'} = 0$.

2. Soient vérifiées la condition I' et la condition

II' : on a toujours $f > -N$ et la partie principale de f, pour $|y'| \to \infty$, est, tant au point de vue du calcul de la fonction elle-même que de celui de ses dérivées, $P(x, y)|y'|^{1+\alpha}$, α étant > 0 et P une fonction finie et continue avec ses dérivées partielles des deux premiers ordres.

En outre, soit toujours $P > 0$ et $\lim_{|y| \to \infty} m_y |y|^{1+\alpha} = \infty$, où m_y désigne le minimé de P pour toutes les abscisses de (a, b) et pour toutes les ordonnées en valeur absolue $\leqq |y|$.

Alors, chaque fonction $y(x)$ absolument continue qui minime l'intégrale $\mathfrak{I}$ a, dans tous les intervalles où elle reste intérieure au champ considéré, une dérivée finie et continue et satisfait, dans ces mêmes intervalles, à l'équation différentielle d'Euler.

3. Soient vérifiées les hypothèses I'' : $f_{y'^2} > 0$, et II.

Si Y et R sont deux nombres positifs, pris d'avance arbitrairement, on peut

déterminer un nombre $d > 0$ tel que, $P_1(x_1 y_1)$, $P_2(x_2 y_2)$, étant deux points quelconques du rectangle $a \leqq x \leqq b$, $(y) \leqq Y$, qui satisfont aux conditions

$$|x_2 - x_1| < d, \qquad \left|\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right| < R,$$

on peut toujours joindre P_1 à P_2 par une extrémale, et une seule, donnant à l'intégrale de $f(x, y, y')$ une valeur plus petite que tout autre courbe $y = y(x)$ [$y(x)$ absolument continue] joignant les mêmes points.

4. *Les hypothèses I″, II étant vérifiées, toute fonction absolument continue qui minime $\mathfrak{J}$ admet, dans tous les intervalles où elle reste intérieure au champ considéré, une dérivée première bien déterminée, finie ou non. Dans chacun de ces intervalles, sauf tout au plus pour les points d'un ensemble fermé de mesure nulle, cette dérivée est finie et continue, l'équation d'Euler est satisfaite et il existe aussi une dérivée seconde finie et continue.*

5. Soient encore vérifiées les hypothèses I″, II. Soit en outre, vérifiée l'une ou l'autre des deux hypothèses :

III_a: l'intégrale $\int_a^b f_y(x y_0 y'_0)\, dx$ existe;

III_b : pour tout champ borné du plan (xy) on peut déterminer deux constantes positives Q_1, Q_2, telles que, pour tous les points du champ, on ait

$$\left|\frac{f_y - f_{y'x} - y' f_{y'y}}{f_{y'^2}}\right| < Q_1 y'^2 + Q_2.$$

Dans ces conditions toute fonction y_0, absolument continue, qui minime $\mathfrak{J}$, admet, dans tous les intervalles où elle reste intérieure au champ donné, des dérivées première et seconde finies et continues, et satisfait, dans ces mêmes intervalles, à l'équation différentielle d'Euler.

6. Dans les conditions du théorème précédent et si, en outre, la variation seconde de $\mathfrak{J}$, débarrassée des termes en δ_y^2, $\delta_{y'}^2$, est toujours positive, non nulle, *il n'y peut avoir qu'une seule fonction minimante (absolument continue).*

7. Si l'on a vérifié les hypothèses I′, II′ ou I″, II, III_a ou bien I″, II, III_b, *il existe toujours, du moins, une extrémale qui joint deux points quelconques $P_1(x_1 y_1)$, $P_2(x_2 y_2)$ tels que $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la fonction* $\zeta(s)$ *de Riemann.* Note [1] de M. **Harald Bohr**, présentée par M. J. Hadamard.

1. Pour l'étude de la fonction $\zeta(s) = \zeta(\sigma + it)$, il suffit de considérer le demi-plan $\sigma > \frac{1}{2}$, car, si l'on connaît la fonction $\zeta(s)$ dans ce demi-plan, on peut, à l'aide de l'équation fonctionnelle de Riemann, qui relie entre elles les valeurs de Zéta aux deux points s et $1 - s$, étudier la fonction dans le demi-plan restant $\sigma < \frac{1}{2}$.

2. Dans quelques Mémoires antérieurs [2], j'ai étudié la fonction $\zeta(s)$ dans le demi-plan $\sigma > 1$ par une méthode arithmétique, fondée sur la théorie des approximations diophantiques. Parmi les résultats obtenus, résultats qui, à certains égards, sont d'un caractère définitif, je me permettrai de rappeler le suivant : Soit $U = U(\sigma_0)$ l'ensemble des valeurs que prend $\zeta(s)$ *sur la droite* $\sigma = \sigma_0$, et soit $W = W(\sigma_0)$ l'ensemble des valeurs que prend $\zeta(s)$ *dans le voisinage immédiat de la droite* $\sigma = \sigma_0$, c'est-à-dire l'ensemble W des valeurs w telles que, pour tout $\delta > 0$, l'équation $\zeta(s) = w$ ait au moins une racine dans la bande $\sigma_0 - \delta < \sigma < \sigma_0 + \delta$; alors, si $\sigma_0 > 1$, il existe dans le plan complexe un ensemble *fermé* $V = V(\sigma_0)$, défini d'une manière géométrique, savoir, comme un ensemble résultant de *la multiplication d'une infinité des cercles*, tel que l'ensemble U soit *partout dense* dans V et que l'ensemble W soit *identique* à V.

3. La méthode arithmétique, employée dans les Mémoires cités, est de telle nature que son application à l'étude de la fonction $\zeta(s)$ semble d'abord devoir être limitée au domaine $\sigma > 1$. Cependant, dans un Mémoire qui vient de paraître [3], M. Courant et moi-même nous avons réussi, en introduisant des notions empruntées au calcul des probabilités, à généraliser cette méthode en sorte qu'elle devienne applicable non seulement pour

---

(1) Présentée dans la séance du 22 juin 1914.

(2) Voir surtout *Sur la fonction* $\zeta(s)$ *dans le demi-plan* $\sigma > 1$ (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1078).

(3) H. Bohr et R. Courant, *Neue Anwendungen der Theorie der Diophantischen Approximationen auf die Riemannsche Zetafunktion* (*Journal de Crelle*, 1914, p. 249-274).

le demi-plan $\sigma > 1$, *mais pour tout le demi-plan* $\sigma > \frac{1}{2}$. A l'aide de cette méthode généralisée, nous avons démontré, dans le Mémoire cité, le théorème suivant :

Théorème I. — *Soit* $\frac{1}{2} < \sigma_0 \leq 1$, *l'ensemble des valeurs que prend* $\zeta(s)$, *sur la droite* $\sigma = \sigma_0$ *est partout dense dans tout le plan complexe.*

4. Du résultat, rappelé ci-dessus, sur la fonction $\zeta(s)$ dans le demi-plan $\sigma > 1$, il s'ensuit en particulier que si l'on connaît, pour une valeur de $\sigma_0 > 1$, l'ensemble $U = U(\sigma_0)$ des valeurs de $\zeta(s)$ *sur* la droite $\sigma = \sigma_0$, on en peut immédiatement déduire l'ensemble $W = W(\sigma_0)$ des valeurs que prend $\zeta(s)$ *dans le voisinage immédiat* de la même droite $\sigma = \sigma_0$; en effet, W est l'ensemble *fermé* le plus petit qui contient U, c'est-à-dire $W = U + U'$, où U' désigne l'ensemble dérivé de U. Si ce rapport entre l'ensemble $U(\sigma_0)$ et l'ensemble $W(\sigma_0)$ subsistait, non seulement pour $\sigma_0 > 1$ mais encore pour $\sigma_0 > \frac{1}{2}$, il résulterait immédiatement du théorème I que, pour $\frac{1}{2} < \sigma_0 < 1$, l'ensemble $W(\sigma_0)$ consisterait de toutes les valeurs du plan complexe; je ne sais pas s'il en est ainsi ou non (dans le cas affirmatif l'hypothèse de Riemann, qui dit que $\zeta(s) \neq 0$ pour $\sigma > \frac{1}{2}$ serait inexacte), mais j'ai réussi à démontrer, à l'aide de la méthode arithmétique généralisée, *que pour* $\frac{1}{2} < \sigma_0 < 1$ *l'ensemble* $W(\sigma_0)$ *contient certainement toutes les valeurs différentes de zéro;* en d'autres termes, j'ai démontré le théorème suivant :

Théorème II. — *Soit* $\frac{1}{2} < \alpha < \beta < 1$, *la fonction* $\zeta(s)$ *prend dans la bande* $\alpha < \sigma < \beta$ *toutes les valeurs différentes de zéro et même une infinité de fois.*

La raison pour laquelle, dans ce théorème, la valeur zéro joue un rôle particulier consiste, d'une manière générale, dans le fait que l'expression de $\zeta(s)$ avec laquelle on est conduit à opérer est un *produit*, savoir le produit d'Euler $\zeta(s) = \Pi(1 - p^{-s})^{-1}$, qui est d'ailleurs divergent dans la bande considérée $\frac{1}{2} < \sigma < 1$.

J'ajoute que le théorème II était déjà établi par M. Landau et moi-même [1], mais seulement en supposant la vérité de l'hypothèse de Riemann

---

[1] H. Bohr et E. Landau, *Beiträge zur Theorie der Riemannschen Zetafunktion* (*Math. Ann.*, t. LXXIV, 1913, p. 27).

que $\zeta(s) \neq 0$ pour $\sigma > \frac{1}{2}$; la démonstration, que nous en avons donnée dans cette hypothèse, était une démonstration analytique basée sur des résultats connus en relation avec le célèbre théorème de MM. Picard-Landau.

5. La méthode arithmétique me permet de donner au théorème II une forme beaucoup plus précise, que voici :

Théorème III. — *Soit* $a \neq 0$, $\frac{1}{2} < \alpha < \beta < 1$ *et soit* $N(T)$ *le nombre des racines de l'équation* $\zeta(s) = a$ *dans le rectangle* $\alpha < \sigma < \beta$, $0 < t < T$. *Alors il existe une constante positive* $k = k(a, \alpha, \beta)$ *telle que pour tout* T *suffisamment grand*

$$N(T) > kT.$$

On voit l'intérêt de ce résultat en le combinant avec cet autre fait, qui est une conséquence immédiate d'un théorème général de M. Landau et moi-même [1], sur les séries de Dirichlet, que $N(T) = O(T)$, c'est-à-dire *qu'il existe d'autre part une constante positive* $K = K(a, \alpha, \beta)$ *telle que pour* T *suffisamment grand*

$$N(T) < KT.$$

6. Soit encore $\frac{1}{2} < \alpha < \beta < 1$ et soit $M(T)$ le nombre des zéros de $\zeta(s)$ dans le rectangle $\alpha < \sigma < \beta$, $0 < t < T$. Du théorème de M. Landau et de moi-même [2], il résulte d'abord que $M(T) = O(T)$, mais, dans une Note ultérieure [3], nous avons démontré le résultat plus précis que $M(T) = o(T)$, c'est-à-dire que

$$\lim_{T=\infty} \frac{M(T)}{T} = 0.$$

En combinant ce fait avec le théorème III, qui dit que

$$\liminf_{T=\infty} \frac{N(T)}{T} > 0,$$

on voit *que, dans toute bande* $\alpha < \sigma < \beta$, *où* $\frac{1}{2} < \alpha < \beta < 1$, *le nombre des zéros de* $\zeta(s)$, *s'il en existe, est infiniment plus petit que le nombre des racines de l'équation* $\zeta(s) = a$ *pour toute valeur a différente de zéro.*

---

(1) H. Bohr et E. Landau, *Ein Satz über Dirichletsche Reihen mit Anwendung auf die* ζ*-Funktion und die* L*-Funktionen* (*Rendiconti Palermo*, t. XXXVII, 1914).

(2) *Rendiconti Palermo* (*l. c.*).

(3) H. Bohr et E. Landau, *Sur les zéros de la fonction* ζ(*s*) *de Riemann* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 106).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème des deux lignes électriques branchées en série.* Note de M. **André Léauté**, présentée par M. Émile Picard.

Nous nous proposons ci-dessous d'indiquer dans le cas général la solution du problème de la propagation des ondes électriques sur une ligne formée de deux tronçons.

Nous avons, dans une Note antérieure ([1]), ramené la question à la détermination de coefficients A, tels que, si $v_1(x)$, $v_2(x)$, $w_1(x)$ et $w_2(x)$ sont quatre fonctions données, on ait, de $x = 0$ à $x = l_1$,

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}\, k \sin \varepsilon x = v_1(x), \qquad \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}\, \frac{s}{\varepsilon} k \cos \varepsilon x = w_1(x),$$

et, de $x = l_1$ à $x = l_2$,

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A} \cos \eta (x - l_2) = v_2(x), \qquad \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}\, \frac{s}{\eta} \sin \eta (x - l_2) = w_2(x),$$

en définissant ε, η, k en fonction de s par les égalités

$$\varepsilon^2 = -\gamma_1 \lambda_1 s^2 - \gamma_1 \rho_1 s, \qquad \eta^2 = -\gamma_2 \lambda_2 s^2 - \gamma_2 \rho_2 s, \qquad k = \frac{\cos \eta (l_2 - l_1)}{\sin \varepsilon l_1},$$

et en prenant pour s toutes les racines de l'équation

$$\text{(E)} \qquad \operatorname{tang} \varepsilon l_1 \operatorname{tang} \eta (l_2 - l_1) = \frac{\gamma_1 \eta}{\gamma_2 \varepsilon}.$$

Or, nécessairement, chaque coefficient A se compose de quatre termes, dont le premier correspond au cas $w_1 = v_2 = w_2 = 0$, le second au cas $v_2 = w_2 = v_1 = 0$, et ainsi de suite; nous n'examinerons que le premier, les trois autres cas se traitant de façon semblable.

Soit donc $w_1 = v_2 = w_2 = 0$, et posons

$$\sigma = j \sqrt{\gamma_1 \lambda_1 z^2 + \gamma_1 \rho_1 j z}, \qquad \tau = j \sqrt{\gamma_2 \lambda_2 z^2 + \gamma_2 \rho_2 j z}, \qquad j = \sqrt{-1}.$$

Sur une surface de Riemann constituée par deux feuillets plans, se raccor-

---

([1]) Nous conservons les notations de cette Communication : *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1334.

dant le long du segment de droite $\left(0, -j\frac{\rho_1}{\lambda_1}\right)$, σ est une fonction uniforme de z; si l'on forme une surface semblable pour τ et, si l'on convient d'associer les feuillets de ces surfaces en sorte que, pour z infini, $\frac{\sigma}{\tau}$ soit positif, on peut considérer les deux fonctions ci-dessous comme fonctions uniformes de z :

$$\pi(z) = \frac{j}{4}\Big\{ \gamma_2\sigma[e^{l_1\sigma} - e^{-l_1\sigma}][e^{(l_2-l_1)\tau} - e^{-(l_2-l_1)\tau}] + \gamma_1\tau[e^{l_1\sigma} + e^{-l_1\sigma}][e^{(l_2-l_1)\tau} + e^{-(l_2-l_1)\tau}]\Big\}.$$

$$\psi(z) = \frac{j}{4}\,\frac{\sigma}{z}e^{-l_1\sigma}\Big\{[\gamma_2\sigma + \gamma_1\tau]\,e^{-(l_2-l_1)\tau} - [\gamma_2\sigma - \gamma_1\tau]\,e^{(l_2-l_1)\tau}\Big\}.$$

On pose alors

$$\mathfrak{F}(z) = \frac{\psi(z)}{\pi(z)}\int_{-l_1}^{x} e^{\sigma(x-\mu)}\,v_1(\mu)\,d\mu - \frac{\frac{\sigma}{z}\pi(z) - \psi(z)}{\pi(z)}\int_{x}^{l_1} e^{\sigma(x-\mu)}\,v_1(\mu)\,d\mu,$$

et l'on fait l'intégration

$$\mathrm{J} = \frac{1}{2\pi j}\left[\int_{C_1}\mathfrak{F}(z)\,dz - \int_{C_2}\mathfrak{F}(z)\,dz\right],$$

C_1 et C_2 étant deux cercles concentriques à l'origine, assujettis à ne passer par aucun de zéros de $\pi(z)$ et correspondant aux deux feuillets des surfaces de Riemann; par une généralisation aisée des calculs de M. E. Picard ([1]), on trouve $\mathrm{J} = -2v_1(x)$ dans l'intervalle $(-l_1, +l_1)$.

L'application du théorème des résidus permet, après une suite de simplifications qu'il est inutile de reproduire ici, d'écrire $-\frac{\mathrm{J}}{2}$, c'est-à-dire $v_1(x)$ sous la forme

$$\text{(S)} \qquad \gamma_1\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{k\varepsilon\eta}{s}\,\frac{1}{\mathrm{F}'(s)}\int_0^{l_1}\sin\varepsilon\mu\,v_1(\mu)\,d\mu\,\sin\varepsilon x.$$

et l'on est ainsi conduit, pour $v_2 = w_1 = w_2 = 0$, à

$$(1) \qquad \mathrm{A} = \gamma_1\frac{\varepsilon\eta}{s}\int_0^{l_1}\sin\varepsilon\mu\,v_1(\mu)\,d\mu.$$

On vérifie ensuite que, sur le second tronçon (l_1, l_2),

$$\sum_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{A}\cos\eta(x - l_2) = 0,$$

([1]) E. Picard, *Traité d'Analyse*, t. II, p. 181.

en suivant à peu près la même marche que ci-dessus et en prenant pour $\mathcal{F}(z)$ la fonction

$$\frac{\sigma\tau}{z\,\pi(z)}\int_{-l_1}^{+l_1} e^{-\sigma\mu+\tau(x-l_2)}\, v_1(\mu)\, d\mu.$$

Enfin, par un procédé semblable, on constate que

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}\,\frac{s}{\varepsilon}\,k\cos\varepsilon x = 0, \qquad \text{sur le premier tronçon,}$$

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}\,\frac{s}{\eta}\sin\eta(x-l_2) = 0, \qquad \text{sur le second.}$$

Il se présente toutefois une difficulté, provenant de ce que l'intervalle $(-l_1, +l_1)$, dans lequel on effectue le développement (S), est ce que nous avons, dans un travail antérieur, appelé *intervalle limite* [1]. Comme toujours en pareil cas, la formule (1) doit être modifiée par une intégration par parties.

Cette opération une fois faite et après addition des quatre termes correspondant respectivement à $w_1 = v_2 = w_2 = 0$, à $v_2 = w_2 = v_1 = 0$, etc., on obtient la valeur définitive suivante

$$\begin{aligned}\mathrm{A} = \frac{\varepsilon\eta}{s}\,\frac{1}{\mathrm{F}'(s)}\Bigg[\;&\gamma_1\int_0^{l_1}\frac{\cos\varepsilon\mu}{\varepsilon}\,v_1'(\mu)\,d\mu - \gamma_1^2\lambda_1 s\int_0^{l_1}\frac{\cos\varepsilon\mu}{\varepsilon}\,w_1(\mu)\,d\mu\\ &-\gamma_2\int_{l_1}^{l_2}\frac{\sin\eta(\mu-l_2)}{k\eta}\,v_2'(\mu)\,d\mu - \gamma_2^2\lambda_2 s\int_{l_1}^{l_2}\frac{\sin\eta(\mu-l_2)}{k\eta}\,w_2(\mu)\,d\mu\Bigg],\end{aligned}$$

qui fournit la solution générale du problème.

On peut démontrer que le développement trigonométrique ainsi trouvé est le seul possible, en partant de la relation que voici :

$$\begin{aligned}&\gamma_1^2\lambda_1 k_p k_q\left(s_p+s_q+\frac{\rho_1}{\lambda_1}\right)\int_0^{l_1}\frac{\cos\varepsilon_p x}{\varepsilon_p}\,\frac{\cos\varepsilon_q x}{\varepsilon_q}\,dx\\ &\quad+\gamma_2^2\lambda_2\left(s_p+s_q+\frac{\rho_2}{\lambda_2}\right)\int_{l_1}^{l_2}\frac{\sin\eta_p(x-l_2)}{\eta_p}\,\frac{\sin\eta_q(x-l_2)}{\eta_q}\,dx = 0,\end{aligned}$$

valable pour $p \neq q$, et en imitant les méthodes classiques.

---

(1) Cf. ANDRÉ LÉAUTÉ, *Sur l'utilisation en Physique des séries trigonométriques* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. XXV, 1912).

PHYSIQUE. — *Sur l'évaporation des sphérules de mercure maintenues en suspension dans un milieu gazeux.* Note (¹) de MM. **A. Schidlof** et **A. Karpowicz.**

Depuis l'été 1913 nous avons mis au point une méthode de détermination de la charge élémentaire, en étudiant la chute et l'ascension d'une petite goutte de mercure entre les plateaux d'un condensateur en acier. Le principe de la méthode et le mode opératoire nous avaient d'ailleurs déjà donné des résultats satisfaisants avec des gouttes d'huile (²). Les résultats complets de nos observations semblent confirmer, approximativement du moins, les chiffres publiés antérieurement.

Nous nous contentons ici d'attirer l'attention sur une particularité curieuse qui a rendu nos expériences plus difficiles, en a diminué la précision et a compliqué nos calculs.

Dès le début des recherches, nous avons observé *que la vitesse de chute d'une goutte de mercure diminue continuellement et indéfiniment.*

En même temps on observe que les sphérules renvoient de moins en moins de lumière et finissent par devenir invisibles dans les conditions d'éclairage et de grossissement dont nous disposons.

On constate de plus que la décroissance d'une goutte est ralentie si l'on a soin, entre les observations, d'intercepter le faisceau éclairant, au moyen d'un obturateur. Les courbes suivantes donneront une idée de l'allure du phénomène, tel qu'il se produit sous l'influence ininterrompue de la lumière, malgré l'interposition d'une épaisse cuve d'eau sur le trajet du faisceau éclairant.

Parmi les différentes explications qui se présentent à l'esprit, la plus simple et la plus plausible est d'admettre que les gouttelettes de mercure, sous l'action de la lumière, se volatilisent peu à peu, même si le plateau inférieur du condensateur est déjà recouvert, par endroits, de grosses gouttes de mercure qui saturent l'atmosphère.

Nous nous sommes néanmoins demandé si l'explication précédente était la seule possible, et si une modification progressive de la surface des gouttes, due à l'oxygène ou à l'humidité de l'air, ne pourrait pas produire les mêmes effets, en diminuant par exemple la mobilité des gouttes.

Pour trancher la question, nous avons remplacé l'air que nous avions

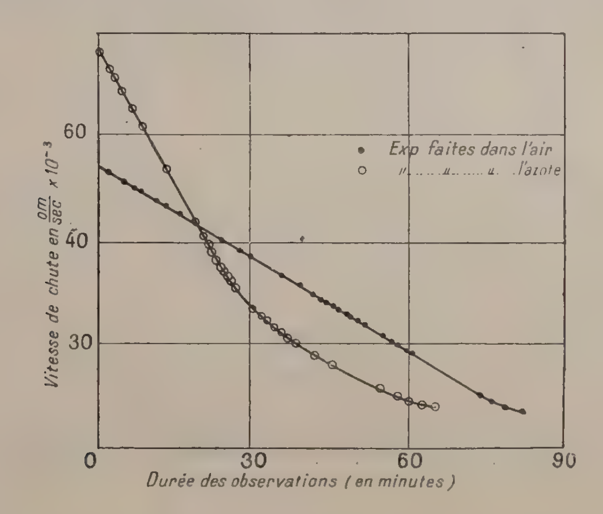
---

(¹) Présentée dans la séance du 22 juin 1914.

(²) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 304.

dans notre condensateur par un gaz inerte (azote) soigneusement desséché par l'anhydride phosphorique. Les résultats ont été exactement les mêmes et n'ont fait que confirmer nos expériences précédentes dans l'air. Or cette diminution progressive des sphérules de mercure n'a pas été observée par M. Ehrenhaft qui vient de publier ses observations sur des gouttes de mercure ([1]).

Il y a donc sur ce point une divergence manifeste entre ses observations



et les nôtres. En comparant de plus près les dispositifs expérimentaux respectifs, nous croyons avoir trouvé la raison de cette divergence.

M. Ehrenhaft produit la pulvérisation du mercure au moyen d'un arc voltaïque, tandis que nous avons employé dans le même but un pulvérisateur (méthode de Millikan). Si l'on est à peu près sûr qu'un pulvérisateur en verre ne peut produire de modifications chimiques dans une goutte de mercure, il n'en est peut-être pas de même d'un arc voltaïque, même si cet arc est produit dans une atmosphère d'azote ou d'anhydride carbonique. Dans ce dernier cas on aurait affaire non pas à des gouttes de mercure, mais à des sphérules de matière non volatile et mal définie dont la densité moyenne varierait avec le rayon de la sphérule, et cela expliquerait les écarts que présentent alors les expériences avec la théorie généralement admise du mouvement brownien dans les gaz. En outre, cela expliquerait

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1071; *Verhandl. der Deutschen Physikal. Ges.*, t. XV, 1913, p. 1187; *Ibid.*, p. 1350; *Wien. Akademie Ber.*, t. CXXIII, 1914, p. 55.

la constatation, apparemment paradoxale, du Mémoire cité ([1]), que les particules de plus faible vitesse de chute avaient une plus petite mobilité que les particules de chute plus rapide. Les conséquences numériques tirées de l'application des lois de Stokes-Cunningham perdraient donc leur valeur.

Remarquons cependant que les données calculées d'après les écarts browniens et les valeurs de la différence de potentiel nécessaire pour équilibrer le poids de la sphérule ne dépendent pas de sa densité moyenne et échappent à l'objection précédente. Toutefois, on peut se demander si les observations présentent une précision suffisante pour en tirer la valeur absolue de la charge de l'électron. En outre, il faudrait être certain que tout saut brusque de la différence de potentiel d'équilibre est nécessairement dû à une variation de la *charge* de la sphérule; il se pourrait fort bien que quelques-uns de ces sauts soient dus à une faible variation de sa masse. Or, dans la méthode d'observation adoptée par l'auteur, les changements de masse, s'ils se produisent, passent ou bien inaperçus, ou bien sont traités *a priori* comme des écarts statistiques de la vitesse de chute.

En résumé, si les expériences de M. Ehrenhaft présentent certainement un grand intérêt et méritent une étude approfondie, nous ne pensons pas cependant que, dans l'état actuel de cette question, elles puissent être envisagées comme une vérification indiscutable des vues théoriques de ce savant.

ÉLECTRICITÉ. — *Variations de résistance des cristaux et forces électromotrices résiduelles*. Note de Mlle **Paule Collet**, présentée par M. J. Violle.

Les substances à étudier sont mises en plaques, serrées entre des électrodes métalliques. On établit entre les bornes des électrodes une différence de potentiel connue. Le courant *excitateur* ainsi obtenu traverse la plaque pendant un temps déterminé (30^s à 10^m).

Avant et après l'excitation on mesure la résistance de la plaque au moyen d'un faible courant obtenu dans le circuit par application d'une force électromotrice connue. La déviation δ du galvanomètre varie en raison inverse de la somme des résistances du cristal et du galvanomètre. Enfin, on mesure la f. e. m. résiduelle en fermant le cristal seul sur le galvanomètre après

([1]) *Wien. Akademie Ber.*, t. CXXIII, 1914, p. 107.

cessation de l'excitation. La déviation résiduelle obtenue dénote une f. e. m. qu'on peut calculer; cette f. e. m. est du reste temporaire de même que la variation de résistance.

Les cristaux ou corps étudiés sont le tellure, la zincite et la pyrolusite, la galène, la chalcosine, la chalcopyrite, la pyrite de fer et les sulfures de molybdène et de bismuth.

Deux séries d'expériences ont été faites. Dans la première, les électrodes sont des plaques métalliques faites, si possible, du métal dont on étudie un sel (cuivre, fer, zinc ou plomb). Dans la deuxième, les électrodes sont des plaques de zinc ou de plomb fortement amalgamées. Des vis permettent d'assurer les contacts.

Première série. — Les résultats sont souvent irréguliers.

Avec la zincite on obtient des variations brusques et temporaires de la résistance; avec la galène de brusques diminutions de résistance qui sont durables.

Avec certains des cristaux cependant la résistance est réduite de façon progressive par l'excitation. L'effet dépend de la durée et du potentiel d'excitation; il atteint son maximum, pour un potentiel donné, après 5 à 8 minutes. Par exemple, le potentiel étant 3 volts, la résistance varie de $\frac{1}{6}$ de sa valeur avec le sulfure de molybdène, de $\frac{1}{4}$ avec le sulfure de bismuth et la pyrite de fer, de $\frac{1}{2}$ avec la chalcopyrite.

Cet effet persiste en partie. Avec les sulfures de molybdène et de bismuth, $\frac{1}{4}$ environ de la variation demeure; avec la pyrite de fer, $\frac{1}{5}$; avec la chalcopyrite, la résistance revient presque à sa valeur initiale. En tous cas, après cessation de l'excitation, le retour à la valeur stable de la résistance se traduit en fonction du temps par des courbes d'allure exponentielle. Avec la chalcopyrite, en particulier, ces courbes s'échelonnent régulièrement les unes au-dessus des autres suivant la durée et le potentiel de l'excitation.

La f. e. m. résiduelle n'est sensible de façon nette qu'avec le sulfure de bismuth et la pyrite de fer. Son maximum est de 5×10^{-3} volt environ, et elle est de sens inverse au courant excitateur. Elle s'évanouit très vite avec le sulfure de bismuth ($2 = 8 \times 10^6$ ohms) et persiste plus longtemps avec la pyrite de fer ($r_1 = 27000$ ohms, $r_2 = 28000$ ohms).

Deuxième série. — Les électrodes étant amalgamés, on constate que les résistances des plaques sont beaucoup plus faibles : 20000 ohms pour le

sulfure de bismuth; 434 et 500 ohms pour la pyrite de fer. Les résistances mesurées dans le premier cas étaient donc au moins pour les $\frac{9}{10}$ des résistances de contact.

De plus, les résistances ont acquis une grande constance; elles ne varient presque plus par excitation.

Les forces électromotrices résiduelles se manifestent d'autant plus nettement que les résistances des plaques cristallines deviennent moindres et que les irrégularités d'expérience se font plus rares. Aussi faut-il, lorsqu'on veut étudier la diminution de résistance au moyen des déviations du galvanomètre, éliminer les variations dues à la force électromotrice résiduelle, dont l'effet tantôt s'ajoute au courant de mesure et tantôt s'en retranche.

La variation de résistance est toujours une diminution; déjà sensible avec la chalcosine, la pyrite de fer et le sulfure de bismuth, elle devient plus nette avec la chalcopyrite et la pyrolusite; mais, sauf lors des premières mesures qui provoquent parfois une diminution notable et durable de la résistance, les variations ne dépassent jamais 3 à 4 pour 100. Les caractères de ces variations sont les mêmes que dans la première série d'expériences.

Quant aux forces électromotrices résiduelles, elles demeurent faibles avec la zincite et la molybdénite, irrégulières encore, bien qu'assez intenses, avec la galène (2×10^{-4} volt) et la pyrolusite.

Mais avec la chalcopyrite, la chalcosine, la pyrite de fer, le sulfure de bismuth et le tellure, les résultats sont très nets. Les forces électromotrices sont de sens inverse au courant excitateur et égales dans les deux sens. Leur valeur initiale croît régulièrement avec le potentiel et la durée de l'excitation, en atteignant un maximum pour chaque potentiel, au bout d'un temps d'excitation qui varie de 2 à 4 minutes. Les maxima atteints pour des potentiels d'excitation de 0,8 volt varient de $1,5 \times 10^{-4}$ (sulfure de bismuth) à 2×10^{-3} volt (chalcosine).

Après cessation de l'excitation, ces forces électromotrices décroissent exponentiellement en fonction du temps. Quelles que soient la durée et le potentiel de l'excitation, le temps nécessaire pour que la fonction électromotrice soit réduite de moitié est à peu près constant pour chaque plaque étudiée : 10 secondes pour le sulfure de bismuth, 20 secondes pour la chalcopyrite, 25 à 30 secondes pour la chalcosine, 30 secondes pour la pyrite de fer et 1 minute pour le tellure.

Les conclusions à tirer sont les suivantes :

1° Importance prépondérante des contacts, dans la valeur absolue de la

résistance et dans les phénomènes irréguliers et étrangers que présentent les résistances cristallines. En effet, une fois les contacts améliorés, les phénomènes se simplifient et deviennent réguliers.

2° Existence d'une force électromotrice résiduelle de sens inverse au courant qui vient de traverser le cristal, et qu'on peut essayer de rattacher à des phénomènes de polarisation ou à des phénomènes thermo-électriques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence des dissolvants sur l'activité optique des camphorates de méthyle acides ortho et allo et camphorate neutre.* Note de MM. **J. Minguin** et **R. Bloc**, présentée par M. Haller.

Dans notre deuxième Communication [1], nous avons montré que l'activité optique des éthers camphoriques de la série ortho est très notablement modifiée quand on passe du solvant alcool aux solvants benzène et toluène; que celle de la série allo reste sensiblement constante, et qu'enfin, la modification, chez les éthers neutres, se fait dans le même sens que dans la série ortho, mais à un degré moindre.

Cette Note renferme les résultats obtenus avec un grand nombre d'autres dissolvants.

Comme précédemment, nos déterminations ont été faites en employant, pour les éthers acides, $2^g,14$, c'est-à-dire $\frac{M}{100}$ et pour l'éther neutre $2^g,28$, qui correspond aussi à $\frac{M}{100}$.

La dissolution est effectuée dans 25^{cm^3} du solvant et l'on observe avec un tube de 20^{cm}, en lumière jaune, à la température moyenne de 16°.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, p. 1273.

Dissolvants	Camphorate de méthyle ortho.	Camphorate de méthyle allo.	Camphorate neutre de méthyle.
Acide formique	α = 8°.16′	α = 6°. 6′	»
Acétone	8.50	8.20	α = 8.30
Alcool méthylique	9	7.44	8.58
» éthylique	9	7.40	8.56
» propylique	8.56	7.50	8.40
» butyrique normal	9. 6	7.50	»
» isobutylique	9	7.46	»
» heptylique	»	7.48	»
Acétate de méthyle	9.4	8.30	»
Acétate d'éthyle	9	8.30	8.50
Propionate d'éthyle	9	8.30	»
Éther ordinaire	9.10	7.44	»
Acide acétique	9.36	6.30	8.30
» propionique	9.44	6.30	»
» butyrique	9.48	6.30	»
Acétate de benzyle	10	9.30	»
Chloroforme	10.10	7	9. 6
Éther de pétrole $\frac{M}{200}$	5. 6	»	»
Iodure de méthyle	10.14	7.30	8.34
» d'éthyle	10.14	7.30	»
» de propyle	10.14	7.30	»
Cyclohexane $\frac{M}{200}$	5. 8	»	»
Acétophénone	10.40	10	10.18
Chlorure de carbone	10.44	7.14	»
Alcool benzylique	10.50	9.40	10.20
Cymène	11. 4	8.10	»
Cumène	11.46	8.40	»
Xylène	11.52	8.46	10.30
Toluène	12	7.56	»
Nitrobenzine	12.26	7	10.24
Benzine	12.38	7.40	11
Sulfure de carbone	12 50	7.48	10.40
Cinnamène	13.46	7.20	»

En examinant ce tableau, on se rend facilement compte que les divers dissolvants exercent sur le dérivé ortho une influence très variable et que tous ceux qui renferment le noyau benzénique l'exaltent considérablement.

Ces dissolvants ont aussi une influence propre sur le dérivé allo, mais

beaucoup moins prononcée et en particulier, le noyau benzénique ne se distingue pas comme dans le cas du camphorate ortho.

La liste des solvants, établie d'après l'ordre croissant des déviations polarimétriques correspondant à l'orthocamphorate, est tout à fait différente de celle qui convient à l'allocamphorate. Ceci montre le caractère général de la différence, déjà signalée, dans l'action modificatrice des mêmes dissolvants chez les isomères en question.

L'allure identique des dissolvants de même série et à même fonction (alcools, éthers, sels, acides, iodures d'alcoyles), vis-à-vis le composé ortho et vis-à-vis le composé allo, semble indiquer que la cause modificatrice, apportée par ces divers solvants, est en rapport étroit avec leur fonction chimique.

Enfin, les déterminations, effectuées sur l'éther neutre, montrent que son activité optique est toujours comprise entre celle de l'éther ortho et celle de l'éther allo, parfois très voisine de la moyenne arithmétique des deux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'inflammabilité des mélanges de grisou et de divers gaz.* Note [1] de M. LEPRINCE-RINGUET, présentée par M. H. Le Chatelier.

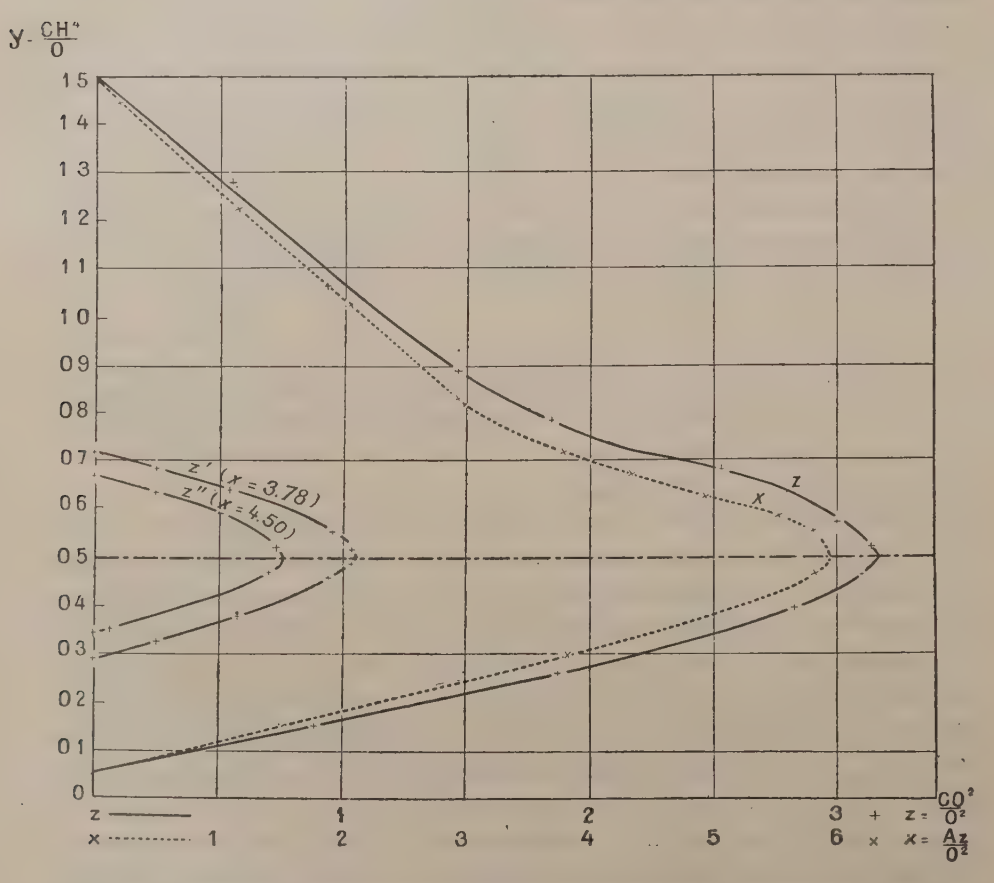
Inflammabilité des mélanges de formène, d'oxygène et d'azote. — On a déterminé les courbes des limites inférieure et supérieure n_0 et n'_0 d'inflammabilité lorsqu'on fait varier le dosage d'azote. Ce sont deux courbes qui se coupent. La limite supérieure est toujours la limite de propagation correspondant au diamètre de l'éprouvette, 26^{mm} parce que l'air qui se mélange à l'orifice facilite l'allumage. On a ramené la limite inférieure à la limite de propagation correspondante. La limite inférieure varie d'abord très peu; elle est la même dans l'oxygène et dans l'air. L'*intersection des deux courbes se fait pour une composition* $CH^4 + 2O^2$, c'est-à-dire pour les proportions répondant à la combustion complète, avec 6,70 pour 100 de CH^4, 29,3 pour 100 d'azote et 64 pour 100 d'air : la limite supérieure dans l'air pour 13,10 pour 100 de CH^4; la limite supérieure dans l'oxygène répond à $3CH^4 + 2O^2$, elle donne une flamme fuligineuse et un dépôt de carbone.

J'ai tracé les courbes $\left(y = \frac{CH^4}{O^2}, x = \frac{Az^2}{O^2}\right)$ qui sont données ci-après :

(1) Présentée dans la séance du 22 juin 1914.

On remarquera qu'au delà de $x = 3,78$ qui correspond à la composition de l'air, les courbes inférieure et supérieure sont presque rigoureusement symétriques par rapport à $y = 0,5$.

Inflammabilité des mélanges de formène, d'oxygène et d'acide carbonique. — Les résultats concernant l'acide carbonique ont été déterminés, soit à



la station d'essais de Liévin, gracieusement mise à ma disposition, sur le mercure humide, soit à l'aide d'une burette spéciale ne contenant que 10 pour 100 d'eau et en notant à chaque fois le volume d'acide carbonique dissous par l'agitation.

Soit z le rapport $\frac{CO^2}{O^2}$, on remarque que la courbe $f(y, z)$ n'est autre que la courbe $f(y, x)$ dont les abscisses sont multipliées par $0,56$ (il y a

de légers écarts qui paraissent principalement imputables aux erreurs d'expérience, bien que la présence de CO^2 soit *a priori* de nature à modifier les conditions de combustion).

On en conclut qu'un mélange contenant plusieurs gaz incombustibles se comporte sensiblement comme si chaque élément incombustible était remplacé, suivant une proportion déterminée, par l'un d'entre eux.

J'ai encore vérifié, et ceci est une conséquence de la loi précédente, que les courbes $f(y, z)$ obtenues pour des mélanges de grisou, d'acide carbonique et d'air ou d'azote et d'oxygène dans un rapport constant, ne sont autres que la courbe $f(y, z)$ précédente déplacée parallèlement à elle-même, sous réserve des mêmes petits écarts.

Dans l'air, l'intersection des courbes se fait pour 7,90 pour 100 de CH^4, 16,5 pour 100 de CO^2.

Je dois à l'obligeance de M. Taffanel une série d'expériences de contrôle sur le mercure avec inflammation par étincelle.

Des essais ont également été effectués avec la *vapeur d'eau*.

Ces essais sont rendus délicats parce qu'ils sont accompagnés d'une variation importante de température, au cours de laquelle l'eau abandonne la majeure partie des gaz qu'elle dissolvait; on y a remédié, soit en ne laissant en contact qu'une très faible quantité d'eau, soit en comparant les variations des limites inférieure et supérieure qui font connaître à la fois le coefficient de dissolution et le coefficient dû à la vapeur d'eau. J'en ai donné antérieurement les résultats.

L'influence de la vapeur d'eau sur la limite supérieure se déduit des lois qui précèdent, de même que l'influence de la température, et l'on a dans l'air :

$$n' = n'_0 + a't - b'\varphi$$

avec

$$a' = 0,0036,$$
$$b' = 0,27.$$

C'est ainsi qu'a été calculé n'_0 pour les courbes précédentes.

Pratiquement, la connaissance d'une seule courbe permet, en résumé, de résoudre tous les problèmes relatifs à l'inflammabilité des mélanges grisouteux, tels que : analyse de ces mélanges par la méthode des limites d'inflammabilité inférieure et supérieure, danger créé dans les feux de mine par une arrivée d'air ou un dégagement de grisou, inflammabilité des mélanges plus lourds que l'air que donnent certains dégagements instantanés, etc.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Bromuration du cobalt et du nickel en présence d'oxyde d'éthyle.* Note de MM. F. Ducelliez et A. Raynaud, présentée par M. A. Haller.

I. Quand on traite le cobalt pulvérulent par le brome sec en présence d'éther anhydre, d'après le mode opératoire déjà indiqué par nous ([1]), la réaction est assez vive et l'on ne tarde pas à voir se déposer au fond du récipient une substance verte, tandis que l'éther présente la même coloration.

Cette réaction s'effectuant facilement à la température ordinaire, alors qu'il a été indiqué que le cobalt n'est attaquable qu'au rouge par la vapeur de brome ([2]), nous avons d'abord vérifié directement l'action du brome sec sur le cobalt très finement divisé ([3]). Nous avons constaté que l'attaque de ce métal, pratiquement nulle à la température ordinaire, commençait à être sensible à la température d'ébullition du brome. L'éther favorise donc d'une façon toute spéciale cette bromuration : en chauffant la substance verte ainsi préparée, pour volatiliser rapidement l'éther, nous avons obtenu du bromure de cobalt anhydre, pur :

	Analyses. I.	Analyses. II.	Théorie pour $CoBr^2$.
Cobalt...............	27,15	27,32	27,00
Brome...............	73,02	72,93	73,00
	100,17	100,25	

Ce corps pulvérulent, d'un beau vert, est très hygroscopique; laissé à l'air, il ne tarde pas à prendre superficiellement une teinte rose.

Cette bromuration facile pouvant être due à la formation d'un composé d'oxyde d'éthyle avec le bromure métallique, ainsi que nous l'avions constaté précédemment pour le manganèse (*loc. cit.*), nous avons cherché à isoler cette combinaison possible.

Les meilleures conditions pour l'obtenir sont de faire réagir le brome et le cobalt dans la proportion exigée pour $CoBr^2$, avec cependant un léger excès d'halogène,

([1]) F. Ducelliez et A. Raynaud, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 576.

([2]) Berthelot, *Ann. de Ch. et de Ph.*, 2e série, t. XLIV, 1830, p. 391.

([3]) Ce cobalt chimiquement pur était préparé comme l'un de nous l'a indiqué dans sa thèse (F. Ducelliez, *Thèse*, 1911).

d'éviter un trop grand excès d'éther, dans lequel le corps est assez soluble, et une élévation de température pouvant détruire le composé (il faut plonger le flacon dans un mélange réfrigérant et n'ajouter le brome que par petites portions).

Au bout de 12 heures, le corps est complètement déposé sous forme de matière verte de consistance butyreuse, très instable. Placé rapidement sous une cloche à air sec contenant du suif pour absorber l'éther libre, ce produit a donné à l'analyse :

	I.	II.	Théorie pour $CoBr^2(C^4H^{10}O)$.
Cobalt	20,00	20,13	20,13
Brome	54,19	54,23	54,61
Éther	25,81 (par différence)	24 à 25 (par distillation)	25,25

La combinaison répond donc à la formule

$$CoBr^2(C^4H^{10}O).$$

II. Nous avons obtenu avec le nickel des résultats analogues, mais la combinaison du bromure et de l'éther est plus stable que la précédente. Nous l'avons préparé à froid en laissant agir, sous une cloche sèche contenant du suif, du nickel et du brome en présence d'éther. Lorsque l'excès d'éther a été absorbé ou décanté, on isole une substance brune qui, placée sur plaque poreuse, devient très rapidement jaune clair.

Cette substance donne à l'analyse :

		Théorie pour $NiBr^2(C^4H^{10}O)$.
Nickel	19,99	20,13
Brome....................	55,8	54,60
Éther (par distillation)	23 à 24	25,25

C'est donc bien la combinaison

$$NiBr^2(C^4H^{10}O).$$

Conclusions. — La bromuration du nickel et du cobalt est donc possible à la température ordinaire en présence d'oxyde d'éthyle, elle est due à l'existence des combinaisons $CoBr^2(C^4H^{10}O)$, $NiBr^2(C^4H^{10}O)$ que nous avons pu isoler. La décomposition par la chaleur de ces combinaisons fournit un moyen pratique de préparation des bromures anhydres $CoBr^2$ et $NiBr^2$.

CHIMIE. — *Revision du poids atomique de l'uranium.*
Note (¹) de M. **O. Hönigschmid**, présentée par M. Ch. Moureu.

La théorie de la désintégration de Rutherford, qui explique la destruction des éléments radioactifs, permet de calculer leurs poids atomiques lorsque l'on connaît ceux de l'élément initial de chaque série et celui des particules α d'hélium. La détermination expérimentale directe des poids atomiques de l'uranium et du radium présente un intérêt particulier en ce qu'elle permet de voir dans quelle mesure la théorie s'accorde avec les faits.

La différence entre les poids atomiques de l'uranium et du radium doit être égale à $3 \times 4{,}002 = 12{,}006$. D'après les nombres admis par la Commission internationale, elle est de $238{,}5 - 226{,}4 = 12{,}1$. Cette concordance avec la théorie disparaît si l'on admet le poids atomique 225,97 que j'ai déterminé pour le radium comme moyenne de 17 analyses de $RaCl^2$ et de $RaBr^2$ effectuées d'après les méthodes les plus récentes et sur des sels de radium spectroscopiquement purs (²).

Le nombre admis pour l'uranium repose sur les déterminations de Richards et Mérigold qui ont analysé le bromure d'uranium. Leurs expériences ont été faites dans des appareils en verre et en porcelaine qui sont légèrement attaqués par le brome et par le bromure lui-même, pendant la préparation de celui-ci; il en résulte que le bromure contenait une petite quantité de bromures alcalins et d'oxybromure dont la première seule a pu être évaluée.

Pour éviter la formation de ces impuretés, j'ai opéré dans un appareil en silice qui m'a permis de préparer UBr^4 en chauffant un mélange de UO^2 et de charbon de sucre dans la vapeur de brome, de purifier ce composé par sublimation, soit dans la vapeur de brome, soit dans l'azote; de le fondre dans un petit tube de silice et, enfin, d'enfermer celui-ci dans un pèse-tube, toutes ces opérations étant effectuées sans que l'appareil fût ouvert à l'air extérieur.

L'oxyde d'uranium employé provenait de deux préparations différentes. Dans la première, du nitrate d'uranyle déjà très pur, de Joachimsthal, a été transformé successivement en uranate d'ammoniaque, puis en chlorure d'uranyle; celui-ci a été traité par l'hydrogène sulfuré et par le carbonate d'ammoniaque. Le sulfure d'uranium,

(¹) Présentée dans la séance du 22 juin 1914.

(²) O. Hönigschmid, *Monatshefte f. Chemie*, t. XXXIII, 1912, p. 253.

précipité par le sulfure d'ammonium, après lavages, a été transformé en nitrate, puis en oxalate. L'oxalate a donné, par calcination, de l'oxyde qui a été lavé à l'acide chlorhydrique étendu, puis redissous dans l'acide nitrique. Le nitrate, soumis à plusieurs cristallisations et essoré dans des vases en platine, a été transformé en nitrate dihydraté, dans le vide, suivant les indications de P. Lebeau; le dihydrate a été repris par l'éther et la solution éthérée traitée par l'eau; enfin, après plusieurs nouvelles cristallisations du nitrate, on a repréparé de l'oxalate, puis de l'oxyde, par calcination du précédent.

Dans la seconde préparation, de l'oxalate uranopotassique déjà fractionné a été transformé en oxalate uraneux; celui-ci, redissous dans l'oxalate d'ammonium, puis reprécipité par l'acide nitrique, a été traité par l'eau oxygénée en solution nitrique. Le nitrate d'uranyle obtenu a subi ensuite les mêmes purifications que la première préparation.

Dans une première série d'expériences, le bromure d'uranium sublimé a été distillé, fondu et solidifié dans la vapeur de brome; on a observé un léger rochage dû à un dégagement de vapeur de brome dissoute, lors de la solidification. L'analyse du bromure a été faite suivant la méthode bien connue de Richards. Huit analyses, portant sur des quantités de bromure variant de 5g,13497 à 3g,28480 et provenant des deux préparations d'oxyde, ont donné, par le rapport de UBr^4 à AgBr, pour le poids atomique de U, des nombres compris entre 238,06 et 238,10 dont la moyenne est de 238,08. Le rapport de UBr^4 à Ag, déterminé directement, a donné des nombres compris entre 238,07 et 238,12 dont la moyenne est 238,09.

Dans une deuxième série d'expériences, le bromure sublimé a été distillé, fondu et solidifié dans un courant d'azote : on a observé la formation d'une petite quantité de tribromure non volatil qui reste comme résidu dans la sublimation du tétrabromure. Quatorze analyses, où le poids de bromure a varié de 2g,82823 à 5g,33502 ont donné, par le rapport de UBr^4 à AgBr, pour le poids atomique de U, des nombres compris entre 238,15 et 238,21 dont la moyenne est 238,18. La détermination directe du rapport de UBr^4 à Ag a donné des nombres compris entre 238,15 et 238,18 dont la moyenne est 238,17.

La première série d'expériences, où le brome peut être en excès, donne une limite inférieure du poids atomique de l'uranium. La deuxième série, où les conditions sont inverses, porte sur un bromure très pur et la moyenne des résultats qu'elle a donnés, soit 238,175, représente certainement la valeur la plus vraisemblable actuellement pour le poids atomique de l'uranium.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la déshydratation du gypse.* Note de M. C. **Gaudefroy**, présentée par M. Wallerant.

On sait que le gypse chauffé au-dessus de 100° perd rapidement son eau de cristallisation. M. Le Chatelier a montré que la déshydratation se fait en deux temps : 1° départ de $1^{mol},5$ d'eau et formation de l'hémihydrate $SO^4Ca, 0,5H^2O$; 2° formation de l'anhydre soluble [1]. Le corps ainsi nommé est différent de l'anhydrite naturelle qui est beaucoup moins soluble, et, comme je le montrerai, notablement plus dense.

La transformation de l'hémihydrate en anhydre soluble est réversible. J'ai constaté, en effet, que ce dernier corps reprend $0^{mol},5$ d'eau aux environs de 110° lorsqu'on rend l'air de l'étuve très humide en y faisant bouillir de l'eau. La réhydratation se fait en quelques minutes, et le retour à l'anhydre est aussi rapide.

Première conséquence de cette observation : l'hémihydrate qui est instable en présence de l'anhydrite [2] est donc stable en présence de l'anhydre soluble.

Autre remarque : la température à laquelle se produit l'anhydre soluble dépend de l'état hygrométrique de l'étuve. Il n'est donc pas étonnant que les chiffres donnés par divers expérimentateurs varient énormément. On a pu chauffer du gypse pendant plusieurs heures à 150° et n'obtenir que l'hémihydrate parce que l'étuve était remplie de la vapeur d'eau dégagée dans la première transformation ; et, par contre, on peut obtenir l'anhydre à 110° en quelques minutes en étalant le gypse sous une faible épaisseur.

Contrairement à une opinion admise, l'absorption de vapeur d'eau par l'anhydre soluble et même par l'hémihydrate peut se faire dans l'air libre à la température ordinaire. Par exemple le plâtre, qui a été cuit en peu de temps à une température inférieure à 150°, reprend à l'air de $\frac{1}{2}^{mol}$ à $\frac{2}{3}^{mol}$ d'eau. Le plâtre industriel aussi contient plus d'eau que n'en réclamerait la formule $SO^4Ca, 0,5H^2O$. Lorsque la réhydratation est faite sous une cloche humide, le plâtre reprend presque entièrement en quelques jours les 2^{mol} d'eau perdues. A la fin, la réaction devient très lente, ce qui peut être attribué à la formation d'une petite quantité d'anhydrite.

---

(1) Le Chatelier, *Recherches expérimentales sur la constitution des mortiers hydrauliques*, 1887.

(2) Sur la métastabilité de l'hémihydrate, cf. : J.-H. Van't Hoff, *Untesuchungen u. d. Bildungsverhältnisse der ozeanischen Salzablagerungen*. Leipzig, 1912, p. 171.

Les densités de l'anhydrite ($d = 2,45$) et de l'hémihydrate ($d = 2,63$), que j'ai prises sur ces corps à l'état de poussière méritent d'être comparées avec les densités des autres formes du sulfate de chaux.

		Densité.	Vol. moléculaire.
$SO^4Ca, 2H^2O$	Gypse	2,32	74
$SO^4Ca, \frac{1}{2}H^2O$	Hémihydrate métastable	2,63	55
SO^4Ca	Anhydre soluble	2,45	55
»	Anhydrite	2,96	46

On notera cette rencontre inattendue : l'anhydre soluble est moins dense que l'hémihydrate. Il se trouve de plus que leurs volumes moléculaires sont très voisins, en sorte que la transformation de l'un en l'autre se fait sans contraction ou sans dilatation notable.

Les figures qui se forment sur le gypse par la déshydratation permettent de savoir si l'anhydre soluble se forme directement à partir du gypse. Elles sont de deux sortes très différentes d'aspect : les rosaces et les aiguilles (Cf. Weiss, Sohncke, Lacroix) ([1]). Aussi M. Groth ([2]) s'est-il demandé si les unes ne sont pas constituées par l'hémihydrate et les autres par l'anhydre. Il me semble cependant que ces deux sortes de figures ne diffèrent qu'en apparence, et sont toutes deux constituées originairement par de l'hémihydrate.

Pour les aiguilles, il n'y a pas de difficulté. Elles naissent entre 100° et 150° dans la masse des cristaux de gypse, c'est-à-dire dans un milieu d'où l'humidité ne se dégage que difficilement. L'anhydre ne peut se former dans ces conditions.

Je dois même à M. Tronquoy un renseignement décisif : on peut obtenir ces aiguilles sur du gypse placé dans l'eau bouillante. Il n'y a donc pas de doute, les aiguilles sont formées par de l'hémihydrate.

Quant aux rosaces, on les obtient à l'air sec. Cette circonstance est moins défavorable à la formation de l'anhydre. Néanmoins, on peut produire de nombreuses formes intermédiaires entre les rosaces et les aiguilles. Par exemple, en milieu très humide, on obtient des figures très allongées, mais encore distribuées en secteurs dont les éléments ressemblent à ceux des rosaces et leur correspondent. On trouve de ces figures allongées dans la

---

([1]) Weiss, *Zeits. d. deutschen geologischen Gesellschaft*, t. XXIX, 1877, p. 210. — Sohncke, *Zeitschr. f. Kryst.*, t. XXX, 1899, p. 1. — A. Lacroix, *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 360 et 553.

([2]) P. Groth, *Chemische Krystallographie*, 2e partie, p. 381 et 397.

masse des cristaux à côté des aiguilles. Enfin, beaucoup d'aiguilles sont entourées d'une gaine de fibres disposées comme celles des figures allongées.

L'anhydre soluble ne se formerait donc que par l'intermédiaire de l'hémihydrate.

PHYSIOLOGIE. — *Du rôle des glandes surrénales dans l'action des substances vaso-constrictives. Les substances vaso-constrictives indirectes.* Note de M. E. GLEY.

Il y a des réactions vaso-motrices dépendant de l'excitation des nerfs splanchniques qui ne sont point des réactions purement nerveuses, mais qui se produisent en partie grâce à un mécanisme humoral, par la mise en jeu de la sécrétion des glandes surrénales [1]. De même, il est des actions vaso-motrices d'origine toxique qui ne sont pas dues, contrairement à ce qu'on admet, à l'influence directe des substances toxiques sur les appareils vaso-moteurs, mais qui paraissent causées par une décharge d'adrénaline dans le sang, décharge immédiatement consécutive à l'excitation que déterminent ces substances sur les glandes surrénales.

J'ai fait actuellement cette démonstration pour deux poisons cardio-vasculaires très énergiques, l'anagyrine et la nicotine, que j'ai d'abord choisis parce qu'il a été prouvé qu'ils conservent, l'un et l'autre, toute leur puissance après qu'on a détruit complètement le système nerveux bulbo-médullaire, c'est-à-dire tous les centres vaso-moteurs, par le procédé que j'ai fait connaître en 1889 [2]; dès cette époque, j'avais déjà constaté le même fait pour la strophantine. On ne pouvait alors attribuer la persistance de l'effet vaso-constricteur, caractéristique de l'action de ces substances, qu'à une action directe de celles-ci sur les centres ganglionnaires périphériques ou sur les fibres lisses elles-mêmes des vaisseaux ou sur ces deux appareils à la fois [3].

---

(1) Voir E. GLEY et ALF. QUINQUAUD, *Influence de la sécrétion surrénale sur les actions vaso-motrices dépendant du splanchnique* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 66).

(2) E. GLEY, *Procédé de destruction complète de la moelle chez les Mammifères. Application à l'étude analytique des actions vaso-motrices* (*Comptes rendus de la Soc. de Biol.*, t. XLI, 16 février 1889, p. 110-113). — Pour l'anagyrine, la preuve a été donnée par Gley (1892) et pour la nicotine par Wertheimer (1891).

(3) Voir E. GLEY, *Recherches sur les actions vaso-motrices de provenance périphérique* (*Arch. de Physiol.*, 3e série, t. IV, 1894, p. 702-716).

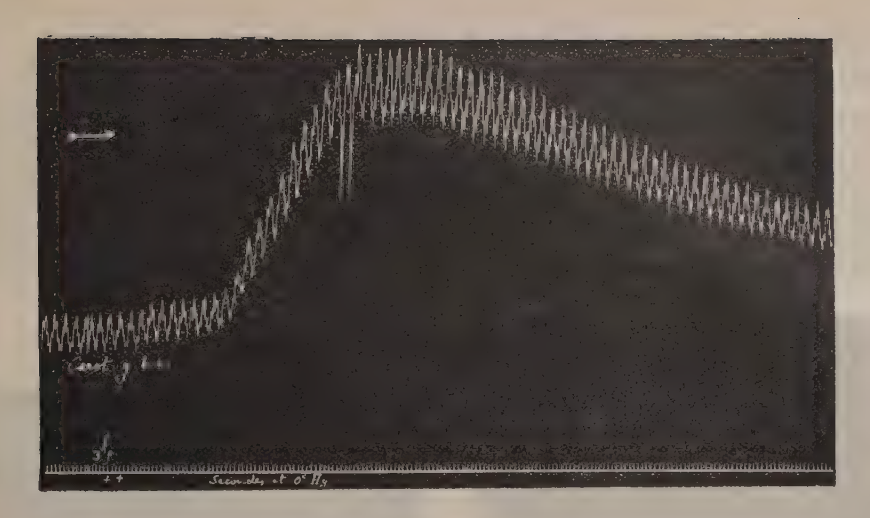


Fig. 1. — Action de l'anagyrine après destruction complète du bulbe et de la moelle.

Chien bâtardé, 3 ans, 10^{kg}, chloralosé à $1^h 30^m$. — Section des deux pneumogastriques à $2^h 30^m$. Section du bulbe et respiration artificielle à $2^h 35^m$. Démoellation de $2^h 35^m$ à $2^h 50^m$. Injection intraveineuse de 300^{cm^3} de liquide de Ringer-Locke à $2^h 51^m$.

Pression dans le bout central de l'artère carotide gauche (*Carot. g. b. c.*). A $3^h 5^m$, de + en +, injection de $0^g,001$ de chlorhydrate d'anagyrine. — La ligne des secondes indique le zéro de la pression. — Tracé réduit d'un tiers ainsi que les suivants.

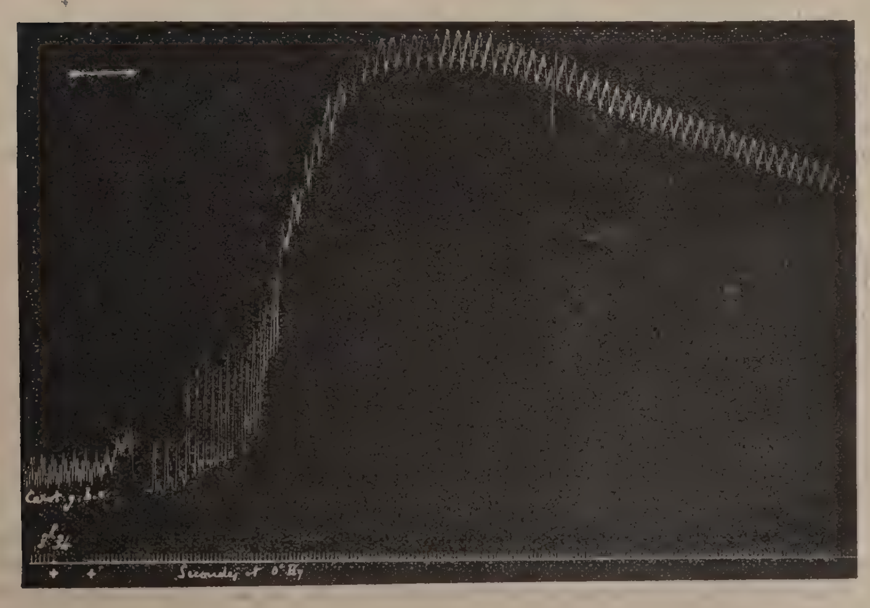


Fig. 3. — Action de la nicotine après destruction complète du bulbe et de la moelle.

Chien fox bâtardé, 2 ans, 9^{kg}, chloralosé à $1^h 15^m$. — Section des deux pneumogastriques et du bulbe, respiration artificielle. Démoellation. Fin des opérations à $2^h 55^m$. Au cours de celles-ci et quand elles sont terminées, il a été injecté 500^{cm^3} de liquide de Ringer-Locke.

Pression dans le bout central de l'artère carotide gauche (*Carot. g. b. c.*). A $3^h 34^m$, en + +, injection de $0^g,010$ de nicotine.

Les expériences nouvelles que je vais relater modifient absolument nos idées à ce sujet.

Ces expériences ont été réalisées sur le chien anesthésié. Après section du bulbe, la respiration artificielle étant établie, et destruction de la moelle, on injecte la dose forte d'anagyrine ou de nicotine nécessaire pour que la pression s'élève de 10^{cm} ou 20^{cm} de mercure (voir *fig.* 1 et 3); on enlève alors les deux surrénales et, quelques minutes après, on fait une seconde injection de la même dose; l'opération a presque

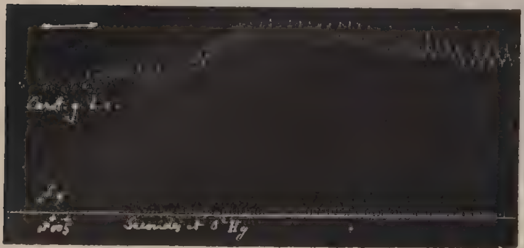


Fig. 2. — Action de l'anagyrine après démoellation, suivie de l'extirpation des deux surrénales. Suite de la figure 1. En ++, à $4^h 9^m$, injection de $0^g,005$ de chlorhydrate d'anagyrine. La surrénalectomie a été faite 14 minutes avant, de $3^h 25^m$ à $3^h 55^m$. Une injection de $0^g,001$ pratiquée à 4^h, n'a produit qu'un effet insignifiant (une élévation de pression de 8^{mm}).

Fig. 4. — Action de la nicotine après démoellation, suivie d'extirpation des deux surrénales. Suite de la figure 3. En ++, à $4^h 6^m$, injection de $0^g,010$ de nicotine : un des effets de la nicotine, l'accélération des battements du cœur, se produit encore, mais l'action sur la pression artérielle est insignifiante.

complètement supprimé (*fig.* 2 et 4) l'effet vaso-constricteur si caractéristique [1]. La légère action qu'on peut encore constater, plus marquée dans le cas de l'anagyrine (*fig.* 2), doit être attribuée à l'excitation des appareils ganglionnaires périphériques ou des fibres musculaires lisses; mais combien faible est cette action directe par rapport à celle qui dépend de la sécrétion d'adrénaline !

La question est maintenant de savoir si cette donnée nouvelle s'applique à d'autres substances; des recherches se poursuivent sur ce point dans mon laboratoire. De l'extension plus ou moins grande de cette donnée il résultera qu'il y a lieu de répartir les poisons cardio-vasculaires en deux classes principales d'après leur mode d'action : ceux qui agissent directe-

---

(1) Dans une autre série d'expériences, en cours d'exécution avec mon collaborateur Quinquaud, nous déterminons la valeur physiologique du sang veineux surrénal, qui contient le produit de sécrétion des glandes surrénales, comparativement avant et après l'injection de ces substances vaso-constrictives. Déjà W.-B. Cannon, J.-C. Aub et C.-A.-L. Binger (*J. of Pharmacol. and exper. Therapeutics*, t. III, 1912, p. 379-385) ont vu qu'à la suite d'une injection de nicotine le sang veineux cave contient plus d'adrénaline; le fait était démontré par l'action inhibitrice de ce sang sur les contractions d'un segment d'intestin.

ment sur l'appareil neuro-musculaire des vaisseaux et ceux qui agissent indirectement en provoquant une sécrétion d'adrénaline.

D'ores et déjà nous connaissons deux substances appartenant à cette seconde classe. Et ainsi se découvre un ordre de faits nouveaux dans le mécanisme des actions vaso-motrices d'origine toxique et médicamenteuse, en même temps que s'accroît encore par là l'importance fonctionnelle, déjà si grande, des glandes surrénales.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur une erreur d'interprétation assez fréquente en anatomie comparative.* Note de M. **J. Chaine**, présentée par M. Edmond Perrier.

Des recherches obtenues en comparant les unes aux autres les différentes dispositions présentées par un même organe chez diverses espèces animales, on déduit généralement des considérations sur le développement phylogénique de cet organe. Une des conséquences de cette manière de faire est que, fréquemment, on considère l'état présenté par un être inférieur comme un des stades par lequel est passée la disposition actuellement réalisée chez un autre sujet plus haut placé que lui dans l'échelle zoologique [1].

Pour mieux fixer les idées, supposons un organe quelconque, examiné dans une série d'animaux aussi complète que possible, nous aurons les divers états

$$a, b, c, d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad x$$

correspondant aux animaux

$$A, B, C, D \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad X$$

en allant, par exemple, du haut en bas de l'échelle animale, et supposons aussi que l'étude en cours amène à conclure pour a. D'autre part, le développement ontogénique du même organe a, examiné dans l'espèce A, montre que cet organe passe successivement par divers états qui rappellent

(1) Des auteurs, il est vrai, se sont déjà élevés contre une telle interprétation; aussi, si je reprends la question, c'est pour continuer le combat contre cette tendance, qui persiste encore aujourd'hui, et pour ajouter certains arguments à ceux déjà fournis.

Ici, j'expose les faits d'une façon certainement un peu trop dogmatique; vu la place dont je dispose, il m'est difficile d'agir autrement. Du reste, j'écris sur ce sujet un Mémoire plus détaillé qui paraîtra prochainement.

des dispositions présentées à l'état adulte par d'autres espèces, B, D, L, M, par exemple, mais sans leur être exactement superposables; soient $\beta, \delta, \lambda, \mu$ ces stades embryonnaires correspondant aux états adultes *b*, *d*, *l*, *m*. De l'ensemble de ces faits on conclut au développement phylogénique de *a* : on considère *m* comme la disposition initiale et *l*, *d*, *b* comme des étapes successives par lesquelles est passé *m* lors des transformations qui l'ont conduit à l'état *a*.

Il y a là une grave erreur. Pour que *m*, *l*, *d*, *b* soient des stades par lesquels puisse être passé *a*, il faudrait que A ait successivement revêtu les formes M, L, D, B. Or cela est absolument impossible, puisque M, L, D, B sont tous des êtres vivant à la même époque que A et que les ancêtres phylogéniques de ce dernier se sont forcément échelonnés dans le temps.

Pour mieux préciser, envisageons une forme Y_1 plus ancienne que X, n'existant plus aujourd'hui et d'où X dérive. Dans la suite des temps, Y_1 a donné naissance à de nouveaux types qui, eux-mêmes, ont été l'origine de différentes séries; par suite de ces transformations, qui n'ont pas été simultanées, se sont constituées des espèces qui, en définitive, ont toutes Y_1 pour ancêtre. Bien entendu ces formes ne sont pas en série linéaire. Soient

$$X_1 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad D_1, C_1, B_1, A_1.$$

Il est à remarquer que $X_1, \ldots, D_1, C_1, B_1, A_1$ sont les formes originelles et que les êtres qui en sont dérivés ne leur sont plus entièrement semblables. Depuis cette époque, en effet, le temps a fait son œuvre et l'évolution a toujours laissé son empreinte, légère quelquefois, il est vrai, mais suffisamment cependant, pour que certaines différences soient acquises. Chaque type $X_1, \ldots, D_1, C_1, B_1, A_1$ a donc varié et, par suite, pour chacun d'eux, s'est instituée une lignée de variations, plus ou moins longue suivant les cas, allant de la forme initiale à celle qui existe maintenant; soient $X_1X, \ldots, C_1C, B_1B, A_1A$ ces diverses petites séries.

Il en résulte qu'aujourd'hui ce ne sont plus les formes $X_1, \ldots, C_1, B_1, A_1$ que nous avons sous les yeux, mais bien X, ..., C, B, A qui en dérivent. Mais alors, en reprenant l'exemple de ci-dessus, M, L, D, B ne peuvent pas être les ancêtres de A, puisque c'est M_1 qui a donné L_1, L_1 qui a fourni $D_1, \ldots$, B_1 qui a engendré A_1, et qu'il y a eu les divers déplacements $M_1M, \ldots, B_1B, A_1A$; autrement dit, il n'y a pas de ligne directe entre M et A. Si donc, de A_1 à M_1, il y a l'ascendance de fils à père, aïeul, bisaïeul, etc., entre A et M, il n'y a plus qu'une parenté collatérale; A, B, ..., M sont simplement cousins.

Mais les organes de X_1, ..., C_1, B_1, A_1 ont varié en même temps que ces formes et comme elles; à la série x_1, ..., c_1, b_1, a_1 s'est donc substituée la série x, ..., c, b, a, par suite de la formation des différentes lignées $x_1 x$, ..., $c_1 c$, $b_1 b$, $a_1 a$. Si donc, il n'y a que parenté collatérale entre M, L, D, B, A, il en sera évidemment de même entre les organes m, l, d, b, a de ces êtres. Par suite, a ne sera jamais passé par les états b, d, l, m, pas plus que A est passé par les formes B, D, L, M; il pourra tout au plus y avoir un certain air de famille entre ces divers organes comme il y en a un entre les animaux qui les portent. b, d, l, m ne sont donc que des copies plus ou moins approchées des stades par lesquels est passé a.

ZOOLOGIE. — *Sur un cas d'hermaphrodisme d'un* Scyllium stellare *L.* Note de MM. **A. Vayssière** et **G. Quintaret**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les cas d'hermaphrodisme dans le groupe des Sélaciens sont excessivement rares, aussi avons-nous pensé qu'il y aurait quelque intérêt à étudier celui que nous avons constaté au mois de mars dernier chez une roussette, *Scyllium stellare* L., capturée dans le golfe de Marseille.

Voici le résumé de cette étude qui va être publiée dans un autre Recueil.

Cet animal, qui avait 32cm de longueur, offrait à l'extérieur une différence bien marquée dans la forme de ses nageoires abdominales; celle de gauche était celle d'une femelle normale, celle de droite plus développée possédait un ptérygopode.

A l'intérieur du corps, la différenciation sexuelle était aussi nette.

Sur la ligne médiane, un peu en arrière de la cavité péricardique, se trouvait un ovaire d'un développement moyen, mais offrant, soudé à son extrémité libre, un testicule bien conformé flottant dans l'abdomen.

En avant de l'insertion de l'ovaire, se trouvait le pavillon unique des deux oviductes; ceux-ci qui présentaient une taille normale étaient disposés sur les côtés de la masse viscérale, un peu dorsalement. La glande coquillière de l'oviducte de droite avait la forme ordinaire, mais celle de l'oviducte de gauche était trois fois plus longue, d'un moindre diamètre et un peu diffuse.

Inférieurement, les deux oviductes se réunissaient l'un à l'autre et leur orifice était placé en arrière de l'anus.

L'appareil mâle n'était développé que du côté droit; le testicule soudé à

l'extrémité de l'ovaire doit être considéré comme représentant celui de droite, car le fin canalicule efférent qui en sort, après avoir traversé la masse de la glande femelle, vient aboutir à l'épididyme volumineux qu'on trouve de ce côté. Cette partie de l'appareil offre la même structure que si l'on avait affaire à un individu mâle normal; le canal déférent, après avoir décrit un très grand nombre de circonvolutions et avoir augmenté progressivement de diamètre, devient moins sinueux et finalement rectiligne. Il a alors une largeur considérable et va se terminer en cæcum, au niveau de l'orifice anal.

Sur toute la longueur de cette dernière partie très renflée du canal déférent, côté ventral, adhère la poche séminale qui vient s'ouvrir inférieurement au sommet d'une forte papille; c'est à l'extrémité postérieure de cette poche que vient s'ouvrir la portion très étroite et très courte de l'extrémité du canal déférent, mettant ainsi ce dernier en rapport avec l'extérieur.

Enfin, sur le côté interne de la portion renflée de ce même conduit génital mâle de notre animal, parallèlement à la poche séminale, on a l'uretère, retenu au conduit par des replis mésentériques. Cet uretère de droite, au lieu d'aller déboucher dans la partie inférieure de la poche séminale, comme cela a toujours lieu chez les mâles, va se joindre à l'uretère de gauche pour former un court canal commun qui s'ouvre dans le cloaque, au sommet d'une papille, en arrière de l'orifice génital femelle.

En résumé, notre animal, au point de vue femelle, y compris tout l'appareil néphridien, présentait intérieurement les dispositions d'un individu normal appartenant à ce sexe; il avait en sus, du côté droit seulement, un organe génital mâle complet, mais n'ayant aucune relation avec le système urinaire.

ZOOLOGIE. — *Sur les* Siboglinidae, *type nouveau d'Invertébrés recueilli par l'expédition du* Siboga. Note de M. **Maurice Caullery**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

En étudiant les Polychètes sédentaires du *Siboga*, j'ai rencontré un type de Vers [1] qui ne rentre dans aucun des groupes connus. Malheureusement

---

[1] Ce terme n'a pas de sens taxonomique précis et fait allusion seulement à la forme générale de l'animal.

l'état des matériaux ne m'a permis que des constatations incomplètes et d'interprétation difficile.

L'animal habite un tube jaunâtre, filiforme (longueur : jusqu'à 100^{mm} à 120^{mm}; diamètre : $0^{mm},12$ à $0^{mm},30$) transparent, portant une annulation serrée, régulière (qui rappelle celle des *Rhabdopleura*) et, en outre, dans la portion occupée par le Ver, des bandes transversales jaunes équidistantes. J'avais diagnostiqué, tout d'abord, ces tubes comme ceux d'un Chétoptérien (cf. *Telepsavus*, *Phyllochaetopterus*). Il s'agit en réalité d'un type tout à fait spécial auquel je donnerai le nom générique de *Siboglinum* [1]. L'animal atteint plusieurs centimètres de longueur, mais aucun exemplaire n'a pu être étudié entier, tous ayant plus ou moins macéré; sur quatre ou cinq seulement, j'ai pu pratiquer un examen suffisant (*in toto* et sur coupes) de la partie (un tiers ou un quart environ) que je regarde comme antérieure.

1. On distingue (*fig.* 1) un très long tentacule impair T replié sur lui-même en festons irréguliers ou en hélice et portant, suivant une de ses génératrices, une frange de longues barbules latérales (*fig.* 2); à son intérieur, courent deux vaisseaux longitudinaux.

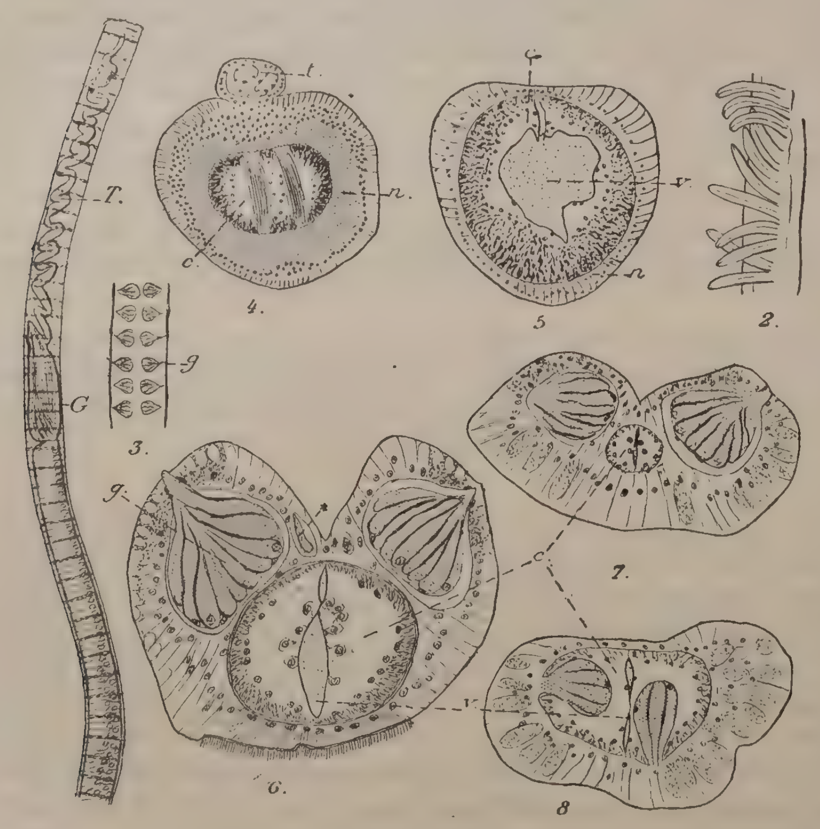
2. Il s'insère dorsalement (?), non loin de l'extrémité antérieure d'une première région très musculeuse et rappelant le gland des Entéropneustes (G, *fig.* 1, coupes *fig.* 4-5). L'ectoderme y est serré, riche en cellules glandulaires, avec des variations de structure assez complexes; au-dessous se trouve une forte musculature longitudinale, et, intérieurement à celle-ci, une cavité centrale *c*, bordée de cellules qui forment peut-être un revêtement endothélial continu. La portion médiane est occupée par une cavité distincte *v*, remplie de fines granulations et limitée par une sorte de basale anhyste, à la face externe de laquelle on aperçoit des noyaux plus ou moins espacés, paraissant appartenir à un endothélium; la cavité *v* me paraît de nature vasculaire. Dans la partie antérieure du gland, la face profonde de l'ectoderme forme une courbe finement fibrillaire *n*, qui me paraît de nature nerveuse (cf. *Échinodermes*, *Entéropneustes*, etc.). Une

---

[1] De *Siboga* et λίνον, fil. — Ce nom, de formation un peu barbare, rappelle l'origine et l'aspect de l'animal, sans rien suggérer de ses affinités. Le *Siboga* a récolté ces tubes en assez grande abondance dans diverses stations (nos 48, 52, 208, 210 *a*, 212, 271, 295), toutes abyssales (462^{m}-2060^{m}; fonds de vase), des mers de l'archipel malais.

constriction très nette sépare le gland des régions suivantes ; les muscles forment à ce niveau un plancher transversal.

3. En arrière, commence une longue région, caractérisée par de volumineuses glandes ectodermiques (*g*, *fig.* 3, 6-8), formant deux (et même



1. *Siboglinum* dans son tube, G. 21. — 2. Portion de tentacule avec les barbules, G. 200. — 3. Disposition des organes glandulaires *g*. G. 20. — 4-5. Coupes transversales dans le gland (la coupe 4 passe par l'insertion du tentacule *t*), G. 210. — 6-8. Trois coupes, à diverses hauteurs; * cellules glandulaires annexes (?). — G : *fig.* 6, 300; *fig.* 7-8, 210.

quatre) rangées longitudinales et constituées par de grandes cellules retenant fortement l'hémalun (assez mal conservées d'ailleurs). Ces glandes débouchent latéralement au dehors et produisent sans doute les bandes jaunes signalées sur le tube; à partir d'un certain point, elles font saillie dans la cavité centrale *c* (*fig.* 8). L'ectoderme dessine dorsalement deux bourrelets épais (renfermant les glandes précédentes); ventralement, il est

mince, fibrillaire et forme une bande ciliée, qui diminue progressivement de largeur et finalement disparaît; tout l'ectoderme est alors épais et forme des festons très glandulaires autour des orifices des organes *g* (*fig.* 7-8).

On trouve, ici encore, une cavité centrale *c*, de section sensiblement circulaire, et dont le diamètre varie en sens inverse de l'épaisseur de l'ectoderme. Elle est bordée, comme dans le gland, par des couches musculaires (surtout des fibres longitudinales, mais moins puissantes) et par les mêmes cellules à allure endothéliale. Suivant l'axe, on trouve deux cavités superposées *v*, avec le même contenu granuleux et la même nature de paroi que dans le gland (*fig.* 6-8). — Chez deux exemplaires, d'ailleurs très mal conservés, j'ai trouvé, dans la cavité centrale, *c*, des ovules à divers stades de croissance.

La lacune la plus paradoxale dans ces constatations est l'absence de tube digestif et de bouche. Je ne puis reconnaître l'intestin dans les cavités *v*; je n'y ai vu, en effet, aucun orifice externe; de plus elles ne montrent, à l'intérieur de la basale signalée, aucune trace d'épithélium, sur des individus suffisamment bien conservés (cf. *fig.* 6) pour qu'il soit invraisemblable d'admettre que cet épithélium ait intégralement disparu *post-mortem*. L'absence de tout intestin serait absolument déconcertante; peut-être est-il localisé dans les portions postérieures du corps que je n'ai pu observer sur aucun exemplaire. En l'absence de toute donnée sur la seconde extrémité, on peut contester, il est vrai, que l'orientation adoptée soit correcte et que l'extrémité étudiée ici soit effectivement l'antérieure. Mais les difficultés d'interprétation (et d'attribution de l'animal à un groupe connu) ne seraient pas moindres si on la considérait comme postérieure.

Je ne me dissimule pas ce que les faits apportés ont d'incomplet et d'énigmatique. La description précédente, que je ne puis étendre davantage ici, suffit à montrer que l'animal en question s'écarte de tous les types actuellement connus, il me paraît prématuré d'engager une discussion, dès à présent, sur ses affinités; j'y reviendrai lors d'une description plus détaillée qui sera donnée dans les *Résultats de la Siboga-Expeditie*.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Recherches expérimentales sur la greffe de cornée.* Note de MM. **Bonnefon** et **Lacoste**, présentée par M. Dastre.

Au cours de trois années de recherches, nous avons réalisé chez le lapin trois sortes de kératoplasties :

1° Des kératoplasties autoplastiques :

Le lambeau de cornée prélevé sur l'un des yeux est transplanté sur une perte de substance de même dimension creusée sur l'autre œil.

2° Des kératoplasties hétéroplastiques :

a. Hétéroplastie lapin-cobaye;

b. Hétéroplastie lapin-poule.

L'évolution macroscopique de ces différentes greffes, étudiée depuis les premières heures jusqu'au sixième mois, permet de les confondre dans une même description : après une période variable (4 à 15 jours) d'œdème et d'opalescence, les greffons récupèrent progressivement une transparence complète. Au bout de six mois, il devient difficile de délimiter leur emplacement, tant la soudure est complète. Toutefois le pourcentage de ces cas favorables est plus élevé dans l'autoplastie que dans l'hétéroplastie (autoplastie, 70 pour 1000; hétéroplastie lapin-cobaye, 40 pour 1000; hétéroplastie lapin-poule, 25 pour 1000).

Les phénomènes histologiques qu'on observe sur les cornées en expérience, aux différents stades de l'évolution des transplants, méritent d'être étudiés séparément pour chacun de ces trois groupes.

1° *Autoplastie.* — Dès la vingt-quatrième heure, la plupart des cellules fixes du transplant sont frappées de mort (karyolise, piénose). Les débris en sont déblayés (raréfaction cellulaire). Vers le quatrième jour, apparaissent des cellules conjonctives jeunes, au niveau des angles de soudure : ce sont des fibroblastes qui, venus du porte-greffe, envahissent le greffon. Ces cellules fusiformes et allongées se transforment progressivement; elles se renflent, s'étalent et reproduisent finalement la forme des cellules fixes normales disparues. Cette évolution dure trois mois. A partir de ce moment la structure du greffon est entièrement normale.

Le revêtement épithélial de la greffe se soude dès les premières heures à celui de l'hôte. Il ne présente à aucun moment de signes de nécrose ou de desquamation et persiste indéfiniment, sans modification apparente.

2° *Hétéroplastie lapin-cobaye.* — L'évolution est identique, mais ici les caractères anatomiques précis qui différencient la cornée du lapin (épithélium et cellules fixes) de celle du cobaye, permettent de suivre pas à pas l'évolution de chacun de ces éléments; les cellules fixes du greffon-cobaye se nécrosent en masse et sont éliminées; des éléments fibroblastiques fusiformes les remplacent; mais leur évolution au sein de la greffe *reproduit des cellules fixes du type lapin.* Au bout de trois mois, la totalité du parenchyme du greffon-cobaye est repeuplée par des cellules fixes du porte-greffe lapin.

Seul le revêtement épithélial du cobaye, soudé dès la vingt-quatrième heure à celui du lapin, persiste indéfiniment avec ses caractères histologiques propres.

3° *Hétéroplastie lapin-poule.* — Les cellules du transplant meurent et ne sont pas remplacées. La raréfaction cellulaire persiste dans le greffon, car il ne se produit aucune prolifération fibroblastique envahissante. Le revêtement épithélial de la greffe se nécrose et s'exfolie, mais il est remplacé par un épithélium vivace du type lapin. Le greffon réduit à une carcasse conjonctive se résorbe progressivement.

Conclusions. — L'inclusion dans une cornée saine d'un fragment de cornée vivante ne réalise pas l'accolement pur et simple des deux tissus avec suivie du greffon. Il se produit au contraire une véritable assimilation du transplant dont les éléments conjonctifs nécrosés sont remplacés par un tissu de régénération venu du porte-greffe. Cette proposition se vérifie dans les transplantations auto-plastiques comme dans les hétéroplasties. Elle explique dans une certaine mesure les échecs cliniques de la kératoplastie; la présence d'un tissu cuatriciel opaque autour du greffon devant nécessairement entraîner, par le mécanisme plus haut décrit, l'opacification secondaire du transplant.

A un point de vue plus général, nos expériences tendent à prouver :

1° Que seul le tissu épithélial est susceptible de conserver, au cours de la transplantation, sa vitalité et sa personnalité celluleuse;

2° Que cette propriété de suivie épithéliale n'est pas le propre des greffes autoplastiques, mais qu'elle s'étend aussi à certaines hétéroplasties.

A cet égard, il serait intéressant de vérifier si tous les épithéliums jouissent des propriétés du revêtement épithélial de la cornée et quelles seraient les espèces animales susceptibles de fournir aux tissus humains des éléments d'association histologiquement et fonctionnellement viables.

Enfin, les phénomènes de régénération cellulaire et d'assimilation des greffes s'observent-ils sur les autres tissus au même degré qu'au niveau de la cornée? Les conditions de la suivie des tissus sains transplantés dans un milieu pathologique n'ont pas encore été déterminées. Au point de vue biologique comme au point de vue pratique, cette question présente un très grand intérêt.

PHYSIOLOGIE. — *Oscillations rythmiques de la tonicité des ventricules sur le cœur isolé de lapin.* Note de MM. **H. Busquet** et **M. Tiffeneau**, présentée par M. Charles Richet.

G. Fano [1] a décrit le premier des oscillations rythmiques de la tonicité

---

[1] G. Fano, *Sulle oscillazioni del tono auricolare del cuore* (*Lo Sperimentale*, t. LVII, 1886, p. 501-594).

sur les oreillettes de la tortue. F. Bottazzi [1] a retrouvé ce phénomène sur les oreillettes de la grenouille et du crapaud et l'a attribué à des contractions rythmiques du sarcoplasma (la fonction fondamentale relevant des fibrilles striées). On sait, d'ailleurs, que cette même activité sarcoplasmatique expliquerait diverses modalités de contraction des muscles squelettiques, telles que le dicrotisme de la secousse vératrinique, la contracture de Tiegel, le tétanos rythmique des muscles de la pince de l'écrevisse (Ch. Richet), etc. Le rôle attribué au sarcoplasma dans le fonctionnement des muscles de l'oreillette et du squelette impliquait la possibilité d'un rôle analogue dans le fonctionnement du ventricule, riche lui aussi en substance non différenciée. Au cours d'expériences multiples, se comptant par centaines, faites sur le cœur isolé de lapin, il nous a été donné d'observer sur les ventricules [2] des phénomènes susceptibles d'être assimilés ou comparés aux oscillations rythmiques de la tonicité des oreillettes.

Oscillation de la tonicité ventriculaire sans variation de l'amplitude des systoles. — Ce phénomène est identique à celui qu'a décrit Fano sur les oreillettes de la tortue. Si l'on réunit d'une part les pieds et d'autre part les sommets des systoles successives (représentant la fonction fondamentale dont l'amplitude ne varie pas), on obtient deux lignes parallèles qui, considérées dans la même oscillation de tonicité, ont leur concavité tournée vers le bas [3].

Chez la tortue, le phénomène décrit par Fano s'obtient dans des conditions bien définies et qu'il est facile de reproduire à volonté. Au contraire, les oscillations de la tonicité ventriculaire chez le lapin sont d'un déterminisme impossible à fixer. On les observe à titre de rare exception (1 fois sur 80 cœurs environ). Elles sont toujours très fugaces; le muscle ventriculaire décrit 1, 2, 3 oscillations toniques, puis reprend son rythme normal; parfois le phénomène se manifeste de nouveau sur le même cœur quelques minutes après sa première apparition.

Oscillations concomitantes de la tonicité et de l'amplitude ventriculaires. — Elles diffèrent des précédentes par la présence, dans la même oscillation, de variations concomitantes et en sens inverse de la tonicité et de l'amplitude des systoles, les contractions les plus amples étant celles dont le pied se trouve sur le niveau le plus bas et réciproquement. Si, dans une oscillation déterminée, nous partons de la systole la moins haute, nous voyons que les suivantes ont le sommet de plus en plus élevé et le pied de plus en plus bas; on arrive ainsi à un maximum d'amplitude coïn-

---

(1) F. Bottazzi, *The oscillations of the auricular tonus in the batrachian heart with a theory of the fonction of sarcoplasma in muscular tissues* (*Journal of Physiology*, t. XXI, 1897, p. 1-21).

(2) Les battements étaient inscrits par la méthode myographique.

(3) Des graphiques représentant les divers phénomènes décrits dans la présente Note seront publiés dans un autre Recueil.

cidant avec le minimum de tonicité à partir desquels les phénomènes s'inversent graduellement, la tonicité augmentant pendant que décroît l'amplitude.

Si, sur le graphique, on réunit d'une part les sommets et d'autre part les bases des systoles, les deux lignes obtenues, au lieu d'être parallèles comme dans le premier cas, divergent dans la période où la tonicité diminue et où l'amplitude augmente et convergent dans la phase inverse.

Ces oscillations combinées de la tonicité et de l'amplitude sont, comme celles du premier groupe, des hasards rares d'expérience. Mais, au lieu d'être fugaces comme celles de la catégorie précédente, elles se répètent d'une manière très régulière et véritablement *rythmique* pendant 5 à 15 minutes.

Résumé. — Les ventricules du cœur isolé de lapin présentent parfois des oscillations de tonicité analogues à celles que Fano a décrites sur les oreillettes de la tortue. Le muscle ventriculaire peut également être le siège d'un phénomène plus compliqué, rare dans son apparition, mais persistant dans sa durée, caractérisé par des oscillations rythmiques de la tonicité et de *l'amplitude*, l'une augmentant pendant que l'autre diminue. Le déterminisme expérimental de ces diverses oscillations est inconnu; il est néanmoins intéressant de signaler leur existence en tant que modalité, non décrite encore, du fonctionnement ventriculaire.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'une florule carbonifère* (*westphalienne?*) *à Melesse* (*Ille-et-Vilaine*). Note de M. T. **Bézier**.

Le 8 septembre 1890, j'avais l'honneur d'adresser à l'Académie une Note dans laquelle j'annonçais la découverte que j'avais faite en 1889, dans la nouvelle carrière de calcaire de Quenon, en Saint-Aubin-d'Aubigné (calcaire considéré jusqu'alors comme dévonien), d'une faune nettement carbonifère et synchronique du niveau de Visé.

Aujourd'hui, je puis faire connaître que les plantes fossiles plutôt pauvres et mal conservées que j'avais trouvées en 1912 dans les arkoses charbonneuses des environs du village de Couyet, à Melesse, à $2^{km},500$ ouest de Quenon, mais que des travaux récents viennent de montrer dans les grès psammitiques et les schistes au contact de ces arkoses, appartiennent à un horizon rapproché du premier, probablement au Westphalien. C'est du moins l'opinion de M. Édouard Bureau qui, après étude des fossiles que j'ai soumis à son examen, y a reconnu des portions de tiges de *Calamites*, des débris de *Macrostachya* Sch., des fragments d'*Eremopteris* Schimp., parmi lesquels : *Sphenopteris artimisiæfolia* Sternb., etc.; enfin, un

ensemble lui permettant de croire que ce que j'avais trouvé semblait se rapporter plutôt au Westphalien qu'à tout autre sous-étage carboniférien.

Cette découverte, qui complète celle de 1889, présente l'intérêt particulier de révéler pour la première fois (à ma connaissance du moins) l'existence d'une florule carbonifère dans le département d'Ille-et-Vilaine, en attendant que de nouveaux documents permettent au savant et obligeant professeur du Muséum de fixer indubitablement le niveau auquel ce gîte doit être rapporté.

GÉOLOGIE. — *Sur quelques renseignements nouveaux relatifs à la géologie et la pétrographie du Congo.* Note de M. **R. Tronquoy**, présentée par M. Fr. Wallerant.

La constitution géologique de notre colonie du Congo qui nous a été révélée par le travail de Barrat, les missions A. Fourneau, Clozel, capitaines Jobit, A. Chevallier, H. Courtet, capitaine Cambier, colonel Moll, capitaine Cotte, colonel Lenfant, G. Bruel, capitaine Périquet, et les explorations et communications de M. H. Arsandaux, n'est pas encore entièrement connue. Non seulement nos connaissances actuelles sont limitées aux observations qu'on a pu faire sur des échantillons jalonnant des itinéraires nombreux mais effectués (sauf ceux de M. Arsandaux) dans un autre but que celui de l'étude du sol, et par conséquent incomplètes et sans aucune précision relativement aux contours des divers terrains ou massifs signalés, mais encore, il est certaines régions sur lesquels aucun renseignement n'a été recueilli.

M. H. Arsandaux qui, à la suite de plusieurs voyages, s'est tout particulièrement occupé de la question, a montré quelle était, au Congo, l'importance des formations granitiques, et a reconnu que bien des roches, décrites comme terrain sédimentaire métamorphique, n'étaient en réalité que des modifications du granite dont les variétés broyées sont extrêmement répandues.

Il signalaient, en 1913, trois régions principales à l'attention des explorateurs :

1° Toute la partie orientale de l'Oubangui-Chari-Tchad;

2° La portion médiane du territoire situé entre le Chari et le Logone;

3° La partie périphérique à l'ouest au sud et au sud-est du massif granitique de la boucle de l'Ogooué.

Des documents nouveaux, recueillis par M. le lieutenant Guillemet de la mission de délimitation Congo-Cameroun (1913) ainsi que ceux que m'a communiqués M. A. Mercier, me permettent de donner quelques précisions relativement aux deux dernières des trois régions ci-dessus signalées.

Le lieutenant Guillemet a parcouru la région en grande partie inexplorée située entre Goré et l'Oubangui et a visité une partie des bassins de la Penndé, affluent de droite du Logone, et de la Nana Barga, affluent du Bahr Sara-Ouahm qui se jette lui-même dans le Chari. Tout le pays situé aux environs du méridien de Goré entre les parallèles 6 et 8 est granitique.

Au nord et à l'est de Goré, on rencontre des grès, mais le pays est en grande partie couvert par la latérite.

Quant à la région qui sépare le Chari du Logone au nord du 9e parallèle, elle est recouverte de formations alluvionnaires, et envahie par les eaux pendant une grande partie de l'année.

L'extension du granite (sud de Goré) ne peut surprendre, puisque cette région est comprise entre deux très importants massifs granitiques : celui du Yadé, à l'Ouest, et celui qui s'étend aux environs de Fort-Crampel et Fort-Sibut, à l'Est.

La plupart des échantillons recueillis sont des granites généralement de couleur claire, souvent riches en fer titané et en sphène; leur caractéristique chimique est leur pauvreté en magnésie. Les variétés écrasées et les filons subordonnés de gabbro et diabase paraissent beaucoup moins fréquents qu'entre l'Abanga et l'Ivindo (massif nord de l'Ogooué); par contre, les échantillons à grain fin, à structures granulitique et aplitique, sont nombreux, paraissant indiquer la bordure d'un massif.

Au nord de Goré, le lieutenant Guillemet a recueilli un véritable microgranite à pâte très fine et dont les phénocristaux atteignent 1^{cm} de longueur. Cette roche, par elle-même banale, mais d'un type qu'on n'a pas, à ma connaissance, rencontré jusqu'ici au Congo, permet de croire qu'on est là en bordure du massif du Yadé, dont la partie centrale s'élève jusqu'à une altitude de 1400^{m}. La profonde dépression qui sépare ce massif de celui de l'Est et dans laquelle coule le Bahr-Sara serait originelle et non due à un décrochement ou à un effondrement postérieur à leur formation, et ils posséderaient, l'un par rapport à l'autre (bien que peut-être réunis en profondeur), une individualité plus grande que celle des massifs nord et sud de l'Ogooué.

Quant aux renseignements recueillis par MM. les lieutenants Karcher (de la Sangha à l'Ivindo), Berraud (de l'Ivindo aux monts de Cristal) et

Schnebelin (du Congo à la Lobaye, entre la Sangha et l'Oubangui), tous faisant partie de la récente mission de M. l'administrateur Periquet, ils ne font dans leur ensemble que confirmer les résultats précédemment acquis.

M. Mercier, au cours d'une tournée géologique effectuée en 1913, a recueilli des échantillons qui permettent de préciser la bordure sud-est du grand massif granitique de la boucle de l'Ogooué (toute la bordure sud-ouest restant inconnue), ainsi que les limites relatives des grès (Brazzaville) et des calcaires (Mindouli). Le granite vient jusqu'à 25^{km} nord de Sibiti et 35^{km} ouest de Pengala. La région de Sibiti est, comme celle de Pengala, constituée par des grès; les calcaires [1], qui ne paraissent pas s'étendre au Nord, n'ont été rencontrés qu'à mi-chemin, entre Sibiti et Midouli. Les grès sont en grande partie blancs et grossiers, comparables à ceux qui couvrent presque entièrement le moyen Congo; les grès rouges ne se trouvent que sous les grès blancs et ne sont visibles qu'à la faveur de coupures naturelles; c'est tout à fait, d'ailleurs, ce qui se passe dans les environs de Brazzaville, où les grès rouges, moins abondants qu'on ne le croit généralement, ne se rencontrent que dans le fond des vallées.

Enfin, bien que la roche n'ait pas été rencontrée en place, il n'est pas sans intérêt de signaler l'existence au nord de Bikié (nord de la ligne Sibiti-Pengala) de blocs volumineux d'une labradorite holocristalline à un seul temps de cristallisation qui, au dire des indigènes, se rencontreraient dans le lit des rivières qui descendent du Nord. Il serait intéressant de vérifier et préciser ce gisement, mais il est possible que, en réalité, ce soit là simplement un type spécial de diabase en filon mince et subordonné au granite.

GÉOLOGIE. — *Les terrains paléozoïques et le Trias dans la région de Hoa-Binh et de Cho-Bo (Tonkin).* Note de M. **Jacques Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

I. Les terrains paléozoïques offrent, d'après mes dernières recherches, un très important développement dans la basse Rivière Noire, sur la feuille de Son-Tây. J'ai pu, par des coupes nombreuses, vérifier qu'on retrouve là les séries que j'ai décrites plus au Nord-Ouest sur la feuille de Van-Yên. Ces terrains, qui forment entièrement la région montagneuse située dans la

---

[1] Un lambeau calcaire subsiste dans les environs immédiats de Pengala.

boucle de la Rivière Noire, sont charriés en bloc sur le Secondaire, ainsi que je l'ai indiqué récemment.

Je résumerai la succession stratigraphique d'après les diverses coupes relevées :

La base de l'Ordovicien est formée de cornéennes et de micaschistes dans la région de Tu-Ly. Comme du côté de Van-Yên, on observe ensuite des schistes noirs ardoisiers, des quartzites clairs sans fossiles que suit l'horizon des schistes marneux bariolés à *Strophomena expansa*, *Streptorh. sarmentosus* et *Orthis budleighensis*. J'ai trouvé ensuite près de Cho-Bo, de Lang-Trai et dans la montée de Hoa-binh à Tu-ly, des schistes bleuâtres à *Orthis testudinaria* Dalm. avec *Grammysia prisca* Mansuy, *Dictyonema* sp. Au-dessus, dans la belle coupe de Hoà-binh à Tu-ly, vient une série de couches schisteuses roses et jaunes à *Spirifer bijugosus* Mc Coy, *Sp. crispus* His., et un petit Spirifer voisin du *Sp. plicatellus* Linné de Wenlock.

Les schistes bleuâtres de la montée de Cho-bo à Mo-né constituent la base du Gothlandien. J'ai recueilli : *Stroph. imbrex* Pander, *Rafinesquina* cf. *deltoidea* Conrad, *Raf.* cf. *lineatissima* Salt., *Raf.* cf. *umbrella* Salt., *Chonetes striatella* Dalm., *Chonetes hoabinhensis* Mansuy, *Atrypa reticularis* Linné (forme naine).

Puis viennent les couches (marnes roses) à *Poleumita asiatica* et *Modiomorpha brevis* Mansuy que j'ai fait connaître dans la région de Van-Yên et qui se représentent ici sous le même aspect, avec bancs de calcaires à Polypiers (*Alv. repens*, *Favosites aspera*) et de calcschistes gris. Sur cette série se développent, en formant dans la région une puissante individualité géographique, les calcaires à *Favosites gothlandica* avec la riche faune de Polypiers coutumière au Tonkin ; j'y signalerai une espèce nouvelle : *Michelina expansa* Mansuy.

Près de Tu-ly sont intercalés dans ces calcaires des marnes sèches et des quartzites clairs à grain fin à *Orbiculoidea tonkinensis* Mansuy et *Lingula Sysmondsi* Salt., espèce du Gothlandien de l'Inde.

Au-dessus des calcaires à Polypiers se développent des schistes bleus durs sans fossiles et le Dévonien, mais très disloqués. J'y ai retrouvé les éléments de ma belle série de Muong-Thé, mais séparés, laminés, brisés, empilés en écailles. J'ai retrouvé les horizons suivants, que j'avais déjà reconnus, dans la région de Muong-Thé [1] :

---

[1] *Sur les terrains paléozoïques de la Rivière Noire* (région entre la frontière laotienne et le Fleuve Rouge) (*Comptes rendus*, 17 février 1913) et Note *Sur les terrains primaires dans le Nord-Annam et dans le bassin de la Rivière Noire*, etc. (*Mémoires du Service geologique de l'Indo-Chine*, t. II, fasc. 2, 1913, p. 5).

1° Les grès jaunes à *Spirifer cabedanus* et les marnes grises ou jaunes à *Actinopt. texturata* Phillips.

2° Le Dévonien moyen bien développé dans la coupe de Hoà-binh à Tu-ly m'a offert la succession suivante :

a. Marnes roses à *Mytilarca* (*Plethomytilus*) *oviformis* Hall, *Goniophora spatulata* Mansuy, *Schizodus* sp., *Leptodomus* cf. *constrictus* Mc. Coy, *Meristella* sp.

b. Marnes gréseuses grises à *Liopteris* cf. *Rafinesquei* Hall, *Sphenotus* sp., *Anondotopsis* sp., *Edmundia* sp., *Spirifer nudus* Sow. Les marnes roses à *Plethomytilus oviformis* sont identiques à celles du Muong-Thé et pour compléter l'analogie avec la faune de Hamilton nous avons dans l'horizon *b* *Liopteris* cf. *Rafinesquei* Hall, espèce de Hamilton. Ainsi s'affirment de plus en plus les affinités du Dévonien moyen tonkinois avec la faune de Hamilton. *Spirifer nudus* est une espèce intéressante aussi par les rapprochements qu'elle appelle.

c. La série dévonienne offre encore des couches à *Lingula* cf. *Lewisii* au-dessus des couches précédentes, comme à Muong-Thé.

J'ai observé le Trias largement développé sur la feuille de Son-Tay et dans le nord de celle de Phu-Nho-Quan au sud de la boucle du Sông-Bo (Rivière Noire). Je désire surtout indiquer la découverte du Ladinien très intéressant par sa faune. D'abord près de Souéi-yut, des grès jaunes m'ont offert *Lima striata* Schloth., *Pecten* cf. *subdemissus* Munst., c'est-à-dire des espèces de Saint-Cassian.

Près de Lang-Sang, les calcaires anisiens sont suivis d'une épaisse série de schistes gréseux et marneux, riche en *Daonella indica* Bittner, avec abondants individus de *Rimkinites* n. sp., *Protrachyceras*, *Cladiscites Villanovæ* de Vern., *Anolcites* sp., *Sagenites* sp., *Procladicites* n. sp., *Atractites* sp., *Koninckina* n. sp., *Mentzelia* sp., *Rh.* (*Norella*) *tonkiniana* Mansuy, *Astarte triasina* Rœm.

Cette faune sera décrite en détail, mais je tiens à faire remarquer de suite l'intérêt qui s'attache à la découverte des *Rimkinites* de l'Inde et surtout à leur association avec *Protrach. Villanovæ*, espèce du Muschelkalk d'Espagne et avec laquelle les exemplaires tonkinois sont complètement identiques. Je rappellerai à ce sujet que dans le Carnien (Tuvalien) du Phuc-yên (Tonkin), j'ai fait connaître la présence des couches à *Tropites* de l'Inde dans lesquelles on trouve avec des espèces indoues des *Eutomoceras* très voisins de formes siciliennes et *Palicites Mojsisovicsi* Gemm. également abondant en Sicile.

Il est intéressant de constater dans le Ladinien, aussi bien que dans le Carnien tonkinois, la même association d'Ammonites indoues et méditerranéennes, mélangées de Brachiopodes, de Lamellibranches et de Gastropodes de Saint-Cassian.

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains sédimentaires du sud et de l'ouest de Madagascar.* Note de M. J. **Giraud**, présentée par M. H. Douvillé.

Les failles séparant, comme je l'ai montré précédemment (¹), le massif cristallophyllien des terrains sédimentaires effondrés, se poursuivent dans toute la partie occidentale de l'île. Une grande faille, formant souvent muraille, peut être suivie sur plus de 500^{km}, de Ranohira, à l'est du confluent du Zomandao et du Mangoky, à Miandrivazo, Ankavandra et Beravina-en-Terre. Elle se continue probablement, avec une direction NE vers Maevatanana, où les grès triasiques butent contre les gneiss. Quelques failles transversales dénivellent, en outre, les terrains sédimentaires, à Begidro, par exemple, sur la rive gauche de la Tsiribihina, où les grès et marnes du Jurassique supérieur butent contre les calcaires bajociens de la base du Bemaraha. Le régime d'effondrements par failles est la règle dans toute la partie occidentale de Madagascar; nulle part on n'observe de plissements de quelque importance.

Dans la puissante formation détritique qui recouvre les gneiss et supporte les assises sédimentaires marines, on peut distinguer :

1° A la base, un ensemble de grès et de schistes feldspathiques de 200^m d'épaisseur, avec couches de charbon, visibles seulement dans la région de Benenitra, débutant par des conglomérats fluvioglaciaires, comparables aux *tillites* du Transvaal et de l'Inde et qu'on peut, par analogie, assimiler à l'Ouralien;

2° Une formation de grès blancs ou ferrugineux, de schistes ardoisiers et de schistes charbonneux, de 300^m d'épaisseur (couches supérieures de l'Ienapera) représentant le Permien;

3° Une puissante masse de grès micacés verdâtres, avec schistes feuilletés (niveau de Ranohira étudié par M. Zeiller (²), niveau à Reptiles et *Glossopteris* de la Sakamena, du Menamaty et grès jaunes à mica blanc de Beroroha et de la Malio), d'une épaisseur totale de 400^m à 600^m, qui est triasique.

(¹) *Comptes rendus*, t. 154, p. 1545.

(²) Zeiller, *Comptes rendus*, 24 juillet 1911, p. 230.

Au-dessus de cette formation continentale, on observe en discordance très nette une masse de sables et d'argiles sableuses à stratification entrecroisée qui forme le sud du Menabé et la partie orientale du Bemaraha. A la partie supérieure de ces sables à suintements bitumineux, s'intercalent des grès calcaires à Rhynchonelles du Bajocien dans le Menabé, entre Mandabé et Mahabo, et des calcaires à *Liogryphea sublobata* du Lias supérieur dans l'Ambongo. On peut en conclure à une transgression marine progressant du Nord au Sud, atteignant l'Ambongo au Lias supérieur et le Menabé au Bajocien.

Le Jurassique moyen est bien représenté dans le Menabé. J'y ai observé un niveau de marnes brunes et de calcaires jaunes à faune oxfordienne de la Dhosa oolithe de l'Inde [1] : *Macrocephalites transiens*, *Perisphinctes indogermanus*, *P. subevolutus*, *P. joarensis*, *P. subrota*, *Peltoceras arduennense*. La chaîne du Bemaraha est uniquement formée, à l'ouest de Miandrivazo, par le Jurassique inférieur calcaire qui atteint 300^{m} de puissance et se termine par les calcaires blancs bathoniens à *Rhynchonella* cf. *Edwardsi*, *R. obsoleta*. Ce facies se poursuit dans l'Ambongo, où le Bajocien débute par des calcaires en grandes dalles à *Rhynchonella Ferryi*.

Le Jurassique supérieur gréso-calcaire dans le Menabé est bien développé au sud de la Tsiribihina, vers Berevo, où il est formé surtout par de puissantes marnes brunes à gypse et *Belemnites* cf. *katrolensis*, *Liogryphea imbricata*, et des grès ferrugineux (Antsoa), qui représentent sans doute le Jurassique et l'Infracrétacé.

Dans le nord de l'Ambongo et le Boueni occidental, l'Éocrétacé, très développé, forme la majeure partie des terrains. Il comprend à l'Ouest, des calcaires marneux blancs, tendres et des marnes à *Pseudobelus semicanaliculatus*, Serpules, *Phylloceras* et, vers Soromare et Hopy, des marnes à *Pseudobelus pistilliformis*, *Duvalia* cf. *dilatata* du Néocomien. Ces marnes sont intéressantes au point de vue économique, car elles renferment un niveau très important de nodules phosphatés contenant de 45 à 50 pour 100 de phosphate tricalcique. Dans les grès ferrugineux recouvrant ces marnes et formant les plateaux de l'Ankarano sont intercalés des sables avec grès calcaires oolithiques à *Astarte Herzogi*, *Arca Kraussi* du Barrêmien supérieur ou de l'Aptien.

Le Crétacé supérieur existe dans la région de l'Onilahy, à l'ouest de

---

(1) La plupart des fossiles ont été déterminés par M. Douvillé à qui je tiens à exprimer ma reconnaissance.

Betioky (Lagniro, Menerandroe). Des marnes gréseuses à oolithes ferrugineuses à la base, à lits gypseux à la partie supérieure, contiennent de grands Inocérames, *Forbesiceras Largillierti*, *Acanthoceras*, du Cénomanien; les fossiles sont souvent imprégnés de phosphate de chaux. Dans le Menabé, le Crétacé supérieur forme le plateau de la Mangitraka, au nord de Mahabo : des marnes à *Pycnodonta vesicularis*, *Arctostrea Defrancei*, *A. ungulata*, du Maëstrichtien, supportent des grès calcaires et des calcaires jaunâtres sublithographiques.

L'Éocène est nettement transgressif dans le sud-ouest de Madagascar; dans la région d'Ampanihy, il repose sur le gneiss, avec lambeaux de Permien pincés par failles. Il comprend des grès variés qui forment les collines des environs d'Ampanihy et les calcaires coquillers à Cérithes lutétiens du *Plateau calcaire*.

Après les grès calcaires aquitaniens à Lépidocyclines du Faux-Cap, on n'observe pas de dépôts marins autres que les plages soulevées d'Andrahomanana et les grès calcaires récents de Fort Dauphin.

GÉOLOGIE. — *Sur l'ampleur de la nappe de Morcles.* Note de M. **Maurice Lugeon**, transmise par M. Pierre Termier.

On sait que les hautes Alpes calcaires de la Suisse sont formées par des nappes empilées. La plus basse est celle de Morcles. J'ai montré, il y a deux ans [1], que la série renversée de cette masse recouvrante repose sur le Flysch autochtone par l'intermédiaire d'un coussinet de granite et de gneiss mylonitisés, parfois réduit à quelques mètres de puissance.

De nouvelles recherches m'ont permis de suivre la lame de mylonite, dont l'épaisseur tombe parfois à quelques décimètres, sous tout le Sex Trembloz et jusque dans le cirque des lacs de Fully. Ici, elle disparaît; et avec elle disparaît aussi le Nummulitique renversé de la nappe, tandis que les termes sédimentaires de la série autochtone diminuent extraordinairement de puissance. Seule demeure la série crétacique renversée, dont le terme le plus jeune est constitué par les calcaires aptiens.

Jusqu'où va-t-elle, cette série? Autrement dit, comment se rattache la nappe aux grandes unités internes de la chaîne? On sait que j'ai émis

(1) *Sur la tectonique de la nappe de Morcles et ses conséquences* (*Comptes rendus*, t. 155, 30 sept. 1912, p. 623).

l'hypothèse que la lame cristalline mylonitisée de la base appartenait au massif du Mont Blanc.

En suivant pas à pas l'Aptien renversé, on constate qu'il se marmorise peu à peu vers le Sud, vers la racine. Jamais il ne manque, formant une corniche située à quelques mètres au-dessus de la masse des gneiss en discordance des Aiguilles Rouges. Il en est séparé par une épaisseur très faible de Trias autochtone.

Non loin de là, dans la vallée du Rhône, existe un marbre célèbre exploité à Saillon. C'est un calcaire rubané, à fond blanc ou ivoire, strié de vert ou de violet, ou bien une roche de couleur verte. Sa position sur le Trias autochtone a fait que, jusqu'à ce jour, les auteurs l'ont considéré comme triasique ou jurassique. *Mais nos recherches nous montrent que ce calcaire marmorisé, mylonitisé, de Saillon, n'est que l'Aptien de la base de la nappe de Morcles.*

Ainsi, non seulement, nous arrivons à déterminer rigoureusement l'âge de ces fameux marbres qui rappellent beaucoup le *Lochseitenkalk* de la base de la nappe glaronnaise; mais encore, ayant pu suivre sans discontinuité la transformation graduelle de l'Aptien type, de la Dent-de-Morcles à ce marbre, nous pouvons démontrer que la nappe s'enracine dans la vallée du Rhône.

La nappe prend ainsi une ampleur inattendue. Son flanc renversé pénètre dans la terre, juste dans la prolongation du synclinal de Chamonix. Or dans ce synclinal, à la Bathiaz près de Martigny, et au col de la Forclaz près de Trient, existent les mêmes marbres rubanés.

Le synclinal de Morcles ne peut donc être que le synclinal de Chamonix ou une partie de celui-ci (dans l'hypothèse d'un synclinal complexe) et la nappe de Morcles se montre bien comme un repli de l'enveloppe sédimentaire du massif du Mont Blanc. La lame de roches cristallines mylonitisées de la nappe provient du flanc nord du massif. Elle est l'homologue de ces lames de gneiss signalées par Bertrand et Ritter dans le Mont Joly.

Une série de conséquences découlent de cette découverte.

Nous avions émis l'hypothèse que le synclinal de Morcles, qui se continue dans le synclinal de la Dent-du-Midi et qui se prolonge dans le synclinal du Reposoir, ne pouvait être que l'embouchure du synclinal plus ou moins complexe de Chamonix. Il en est bien ainsi. L'ensemble de la zone subalpine française n'est donc représentée, en Suisse, que par les masses autochtones qui s'appuient sur le vieux sol hercynien de la prolongation des Aiguilles Rouges et sur celui du massif de l'Aar. Le grand pli couché

de la Dent-de-Morcles, qui monte à l'assaut de la masse rigide des Aiguilles Rouges, représente un élément tectonique plus interne. Cet élément naît au col du Tamié près d'Albertville, en Savoie; il forme toute la chaîne des Aravis, le Mont Joly, le désert de Platé, le Buet, le Mont Ruan, la Dent-du-Midi, enfin le massif de Morcles, pour disparaître dans la Lizerne sous les nappes des Diablerets et du Wildhorn. Il ressort dans les plis couchés et plongeants du massif du Balmhorn; et le synclinal de la Jungfrau serait bien, ainsi que l'a pressenti A. Buxtorf, l'homologue, pour ne pas dire la continuation, du synclinal de Chamonix.

Le synclinal du Reposoir, très court au col du Tamié, se creuse de plus en plus du Sud-Ouest vers le Nord-Est. Le *balcon* de la nappe paraît avoir son ampleur maxima dans le voisinage de la vallée du Rhône.

GÉOLOGIE. — *Les rapports des gisements pétrolifères avec les transgressions et les régressions marines. (Contribution à la recherche de l'origine des pétroles.)* Note de M. **Jean Chautard**, présentée par M. De Launay.

L'hétérogénéité des travaux géologiques publiés sur les diverses régions pétrolifères rend très difficile l'interprétation de ces travaux et ne permet pas d'y rechercher la vérification des hypothèses formulées sur l'origine organique ou inorganique des pétroles.

Au cours de récents voyages, j'ai réuni une série d'observations qui permettent de déterminer quelques caractéristiques géologiques des gisements de pétrole. Je me suis efforcé de rechercher, par ce moyen, si, comme l'a laissé espérer M. De Launay, la Géologie, appliquée à l'étude détaillée des gisements, peut prétendre à trouver ou à contrôler la solution du problème de l'origine des pétroles.

Il faut admettre que, dans tous les gisements connus, les roches pétrolifères se rencontrent dans des séries sédimentaires à caractères spéciaux, séries auxquelles j'ai donné le nom de *complexes pétrolifères*. Dans la plupart des gisements, les roches pétrolifères ne sont pas celles où les pétroles se sont originairement formés, c'est-à-dire leurs roches mères, mais des roches où ils se sont concentrés au sortir des roches mères. Toutes les roches pétrolifères des gisements sont sédimentaires; les roches éruptives légèrement imprégnées, signalées dans quelques localités, sont au contact de complexes pétrolifères. Ces complexes renferment tous des dépôts de facies lagunaire halogène avec des récurrences de dépôts marins

et continentaux; ils correspondent à des formations de lagunes au cours de *régressions intermittentes;* ils contiennent des eaux salées, vraisemblablement fossiles, et tout un cortège de substances satellites à la fois des hydrocarbures et des dépôts lagunaires. Les roches pétrolifères sont, le plus souvent, en concordance directe avec les éléments lagunaires des complexes, parfois elles sont en discordance ou ne prennent contact avec eux que grâce à des plis couchés ou des charriages.

Les deux régions à régressions intermittentes typiques signalées par Suess sont la région méditerranéenne et la région du golfe du Mexique; elles renferment, la première de l'Éocène au Pliocène, la seconde du Crétacé au Miocène, une succession quasi ininterrompue de dépôts lagunaires, de gisements et de complexes pétrolifères distribués au voisinage des anciens rivages au cours des régressions et transgressions intermittentes.

Ces caractères ne sont pas localisés à ces deux régions pétrolifères; s'ils s'observent dans les gisements crétacés ou tertiaires du Mexique, du Texas, de la Louisiane et dans les gisements néogènes du Caucase, on les retrouve en Californie, du Crétacé au Pliocène, ainsi que dans les gisements carbonifères du Texas, de l'Oklahoma, du Kansas et de West Virginie, et dans ceux, plus anciens, de Pennsylvanie et du Canada. Dans certaines lagunes miocènes de la Louisiane, l'intermittence ne s'observe plus quand les gisements de pétrole font place à de puissants gisements de sel avec traces d'hydrocarbures. Les grands dépôts salifères du Permien et du Trias de l'Europe centrale ne contiennent que des traces de pétroles; les phénomènes nécessaires à la concentration des pétroles ne s'y sont pas manifestés; de plus, les lagunes où ces dépôts se sont formés se sont asséchées lentement et régulièrement sans avoir le caractère d'intermittence propre aux lagunes pétrolifères.

Les régressions intermittentes ont eu vraisemblablement une double influence : tout d'abord, elles ont favorisé l'accumulation de débris organiques autochtones ou apportés dans les lagunes littorales et récifales; ensuite, ces débris organiques ensevelis dans des dépôts halogènes mal consolidés ont été, à la faveur de récurrences marines ou d'apports continentaux, recouverts de sédiments imperméables qui, aussi bien que les eaux, ont pu les protéger contre les actions oxydantes de l'air et leur permettre de se bituminiser.

Les complexes pétrolifères de tout âge renferment des fossiles. L'absence de fossiles dans les roches pétrolifères et l'absence de pétroles dans des

roches très fossilifères s'expliquent, parce que les fossiles sont des restes solides d'organismes, et, pour cette raison, n'ont pu émigrer et se concentrer avec le pétrole qui serait le reste fluide des mêmes organismes.

On ne peut établir de relation générale entre les complexes pétrolifères et les phénomènes de plissement, de dislocation ou de volcanisme; la Géologie ne fournit ainsi aucun argument favorable à l'origine inorganique des pétroles; il semble bien que le seul caractère géologique commun aux gisements de pétroles soit leur localisation au contact de complexes lagunaires intermittents. On peut donc estimer que le pétrole des gisements connus provient de décompositions de matières organiques interstratifiées dans des sédiments lagunaires au cours de régressions intermittentes.

Ces données permettent de conclure à une origine organique des pétroles, mais elles laissent entièrement posés les problèmes de la nature, du processus et des causes des décompositions qui ont abouti à la formation des pétroles et, incidemment, à la différenciation des pétroles et des bitumes des schistes. Elles permettent, toutefois, de penser que, dans la nature, on pourra saisir les solutions de ces problèmes en cherchant, dans des dépôts modernes analogues aux dépôts des complexes, les témoins des divers états par lesquels a dû passer la matière organisée avant de se présenter, dans les gisements ou dans les roches mères, à l'état de pétrole formé ou de pétrole en puissance.

SISMOLOGIE. — *Sur les effets, en Portugal, du mégaséisme du 1er novembre 1755.* Note de M. **Pereira de Sousa.**

Le marquis de Pombal fit faire, aussitôt après l'horrible catastrophe du tremblement de terre du 1er novembre 1755, une enquête sur toutes les paroisses du pays, afin de rechercher la distribution de son intensité. L'idée de procéder à une semblable enquête à cette époque éloignée est la preuve d'une grande intuition scientifique. J'ai eu la chance de trouver ce document dans les Archives nationales de Lisbonne, il m'a permis de tracer les isoséistes de ce tremblement de terre, d'étudier sa propagation et la liaison de celle-ci avec la tectonique du pays.

Zone épicentrale. — La disposition des courbes isoséistes confirment la

conclusion à laquelle j'étais déjà arrivé (1). Le mégaséisme semble être parti de l'effondrement en ovale, compris entre le sud de la Péninsule ibérique et le Continent africain, à l'ouest du détroit de Gibraltar, lequel je désigne sous le nom d'*effondrement en ovale lusitano-hispano-marocain*. Les dislocations observées par M. Choffat (2) dans la région de l'Algarve, la disposition des formations géologiques et des montagnes de cette région qui forment à peu près un arc concave vers le Sud, le grand nombre d'affleurements de roches éruptives; le prolongement sous-marin vers l'ouest-sud-ouest du cap de Saint-Vincent, formant le banc de Gorringe qui sépare deux abîmes de 5000^{m}; l'histoire signalant que cette région a été ravagée par plusieurs mégaséismes, que des îles ont été submergées près du cap de Saint-Vincent, ainsi que l'île de Cadiz, etc. (3) : tout cela me fait considérer cette partie de l'Atlantique comme une zone d'effondrement. La nature volcanique des îles Canaries, de l'archipel de Madère situé sur le prolongement de cette direction, justifie aussi ma manière de voir.

Bas Algarve. — C'est dans cette partie de l'Algarve que la zone isoséiste d'intensité X (dernière échelle de Mercalli) est la plus étendue. La ligne isoséiste X y forme différents arcs concaves vers le Sud. Le mégaséisme s'étant propagé vers le Nord a contourné du côté Ouest les chaînes de montagnes de l'Algarve et du sud de l'Alemtejo, appartenant surtout au Culm, on y a observé à peine les intensités VI et VII.

Golf Bejense. — Au nord de l'Algarve, il y a eu de nouveau augmentation d'intensité dans le bassin du Sado et de la rivière de Marateca, où la mer tertiaire et peut-être la quaternaire sont entrées. C'est une région limitée en partie par des failles, c'est-à-dire un effondrement, et à cause de cela je la désigne sous le nom de *golf Bejense*.

Bordure occidentale mésozoïque et cénozoïque. — Le golf Bejense reste en partie séparé de la mer par les chaînes de montagnes du Cercal et Grandola où en général on constate une intensité VII, tandis que, du côté Ouest,

---

(1) F.-L. Pereira de Sousa, *Effeitos de terremoto de 1755 nas construcções de Lisboa*, 1909; *Le raz de marée du grand tremblement de terre de 1755 en Portugal* (*Comptes rendus*, t. 152, 24 avril 1911, p. 1129-1131).

(2) Paul Choffat, *Notice sur la carte hypsométrique du Portugal* (*Comm. da Com. dos T. geologiques*, t. VII, fasc. 1, 1907, p. 54 et 55).

(3) Louis Gentil et Pereira de Sousa, *Sur les effets au Maroc du grand tremblement de terre en Portugal* (1755) (*Comptes rendus*, t. 157, 3 novembre 1913, p. 805).

la région littorale présente l'intensité VIII et IX. Ces chaînes de montagnes et celle d'Arrabida du côté Sud sont parallèles à la côte et, en conséquence des dislocations et des affleurements éruptives, il me semble qu'elles limitent un effondrement.

Entre le cap Espichel et le cap de Roca, on remarque une nouvelle zone de grande intensité, où Cascaes a le degré X. L'existence de filons éruptifs de dislocations doivent faire considérer cette région comme limitant un nouvel effondrement, quoique la chaîne de montagnes d'Arrabida du côté Nord et celle de Cintra soient transversales (du type atlantique). Cependant, quelques petites élévations existent entre ces chaînes, présentant l'intensité VIII, qui séparent la zone séismique de Cascaes de celle de Lisbonne, ville qui présente seulement l'intensité X dans une partie, comprenant surtout celle qui est bâtie sur les alluvions.

Du cap de Roca jusqu'au cap Carvoeiro une nouvelle région séismique se manifeste, présentant principalement l'intensité IX; elle est pleine d'affleurements éruptifs et de dislocations.

On observe par conséquent que toute la région littorale depuis le cap Saint-Vincent jusqu'au cap Carvoeiro peut être considérée comme présentant des traces d'effondrements, sièges de tremblements de terre sous-marins.

Au nord du parallèle passant par le cap Carvoeiro, d'autres zones séismiques se manifestent dans la bordure occidentale mésozoïque et cénozoïque, comme Alcobaca, villa Nova d'Ourem, Coimbra, etc., mais elles sont éloignées de la côte.

Meseta. — Dans la partie portugaise de la Meseta, on observe aussi plusieurs zones séismiques, d'intensité moindre. La plus remarquable est la région séismique de Manteigas dans la partie plus élevée de la chaîne de montagnes d'Estrella (2000^m).

M. **Jules Andrade** adresse deux Notes intitulées : *Sur une classe de courbes gauches et sur la cycloïde sphérique*, et *Sur les mesures dynamique et statique d'un même frottement*.

A 16 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

G. D.

ERRATA.

—

(Séance du 22 juin 1914.)

Note de M. *G. Humbert,* Sur quelques fonctions numériques remarquables :

Page 1841, ligne 6 en remontant, *changer* $-p$ *en* $+p$ dans l'exposant de e.
Même page, ligne 1 en remontant, *au lieu de* $H(x)$, *lire* $\overline{H}(x)$.
Page 1842, ligne 3, *après* $\psi(x)$, *mettre* le signe $=$.
Page 1843, ligne 19, *au lieu de* $a^2+b^2=c^2$, *lire* $a^2+b^2+c^2$.
Page 1845, ligne 2, *au lieu de* $4r^3$, *lire* $4r^2$.

FIN DU TOME CENT-CINQUANTE-HUITIÈME.